

Ministerul Învățământului
Universitatea "POLITEHNICA" București
Facultatea de Electrotehnică

STUDIUL CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN MEDII NELINIARE

- Contribuții privind optimizarea dispozitivelor electromagnetice
neliniare -

REZUMATUL TEZEI DE DOCTORAT

Autor:
Ing. Gabriela CIUPRINA

Conducător științific:
Prof.Dr.Doc.Ing. Constantin MOCANU

1998

Mulțumiri

După mai mulți ani de strădanie în conceperea acestei lucrări pot spune că a realiza o teză de doctorat este un maraton. Pentru a putea trece linia de sosire ai nevoie de încurajări în momentele dificile în care ai vrea să abandonezi, de sfaturi și îndrumări atunci când drumul nu mai e clar.

Este evident că, fără sprijinul mai multor persoane pe care le voi aminti aici, nu aș fi reușit să ajung la capăt. Voi încerca deci să le mulțumesc deși sunt sigură că vor fi prea sărace cuvintele pentru a exprima tot ceea ce aș vrea să transmit.

În primul rând doresc să mulțumesc domnului profesor dr.doc.ing. Constantin Mocanu care, prin numeroasele discuții avute, prin sfaturile și sugestiile competente pe care mi le-a dat m-a ajutat enorm să urc pe acest drum, uneori sinuos, al elaborării tezei până la capăt.

Cele mai calde mulțumiri i le adresez domnului profesor dr.ing. Daniel Ioan, cel care m-a sfătuit să aleg cariera universitară și mi-a călăuzit cel mai îndeaproape pașii pentru a învăța această meserie, având încredere în mine și scoțându-mă de foarte multe ori din impasurile și hățiturile științifice.

Doresc să mulțumesc domnului profesor dr.ing. Florea Hăntilă pentru valoroasele idei pe care mi le-a dat în timpul numeroaselor discuții avute, fără de care finalizarea acestei teze ar mai fi întârziat.

Mulțumiri călduroase adresez și domnului prof.dr.ing. F.M.G.Tomescu pentru sugestiile făcute și pentru atenția și răbdarea cu care a citit și analizat critic lucrările mele științifice.

Întregii echipe a Laboratorului de Metode Numerice în mijlocul căruia lucrez îi mulțumesc pentru că a fost alături de mine ca o adevărată familie. Trebuie să precizez că o parte din rezultatele prezentate în această teză înglobează și munca altor colegi cărora le mulțumesc din suflet: doamnei ș.l.dr.ing. Irina Munteanu, domnului ing. Tiberiu Chelcea, domnișoarei ing. Simona Irimie, domnului ing. Andras Szigeti și doamnei prep.ing. Suzana Stănescu.

Mulțumesc de asemenea tuturor celorlalți profesori care, chiar dacă nu au fost implicați în elaborarea acestei teze, au contribuit la formarea mea profesională. De asemenea mulțumesc colegilor din Catedra de Electrotehnică precum și tuturor aceluia pe care n-am reușit să-i menționez în această listă dar care m-au ajutat fie și numai cu o vorbă bună adresată atunci când aveam nevoie de ea.

În cele din urmă, dar în nici un caz în ultimul rând, mulțumesc întregii mele familii. Mulțumesc părinților mei ce mi-au creat o copilărie extrem de fericită care mi-a dat tărie și curaj în a înfrunța viața, mulțumesc soțului meu pe care l-am simțit alături mai ales în ultima perioadă în care încheierea tezei devenise o obsesie și mulțumesc fetiței mele pentru toate bucuriile oferite care m-au făcut să descopăr frumusețea vieții.

Cuprins

1	Introducere	1
1.1	Prezentarea lucrării	1
1.2	Analiza câmpului electromagnetic	2
1.3	Optimizarea dispozitivelor electromagnetice	2
2	Stadiul actual	3
2.1	Metode de analiză a câmpului magnetic staționar	3
2.2	Optimizarea dispozitivelor electromagnetice	4
3	Analiza numerică a câmpului	4
3.1	Algoritmi pentru rezolvarea problemelor neliniare de regim magnetic staționar	4
3.2	Condiții de frontieră pentru domenii nemărginite	5
3.3	Indicatori de eroare a soluției numerice. Rețele adaptive de discretizare	6
3.4	Teste numerice	8
4	Analiza sensibilităților	10
4.1	Sensibilitățile mărimii principale	12
4.2	Sensibilitățile mărimilor derivate	15
5	Algoritmi evoluționiști de optimizare	16
5.1	Descrierea algoritmului secvențial	17
5.2	Algoritmi evoluționiști distribuiți	21
5.3	Algoritmi evoluționiști în optimizarea dispozitivelor	22
5.4	Concluzii	24
6	Rezultate privind optimizarea dispozitivelor	26
6.1	Problema TEAM 22	26
6.1.1	Prezentarea problemei	26
6.1.2	Evaluarea funcției de cost	27
6.1.3	Utilizarea strategiei evoluționiste pentru optimizarea propriu-zisă	28
6.1.4	Calculul sensibilităților	29
6.2	Problema TEAM 25	30
6.2.1	Prezentarea problemei	30

6.2.2	Evaluarea funcției de cost	31
6.2.3	Rezultate numerice	36
7	Contribuții	39
	Bibliografie selectivă	41

1 Introducere

1.1 Prezentarea lucrării

”Studiul câmpului electromagnetic în medii neliniare” este o temă extrem de generoasă. Ea ar putea cuprinde toate regimurile de funcționare ale câmpului electromagnetic, de la static la general variabil, toate tipurile de probleme (rezolvare, optimizare sau probleme inverse, de sinteză), pentru fiecare din ele existând metode (și dificultăți) specifice de abordare. A trata toate problemele într-o lucrare de acest tip este cu siguranță peste puterile unui singur om. De aceea, din diversitatea aceasta am ales problema optimizării dispozitivelor electromagnetice. Optimizarea dispozitivelor electromagnetice este o problemă de mare actualitate, lucru care se observă din creșterea numărului de contribuții în domeniu în ultimii ani. Cea mai prestigioasă conferință din domeniul calculului câmpului electromagnetic (COMPUMAG ¹) are o secțiune dedicată special problemelor de optimizare.

Înlănțuirea rezolvare-optimizare-sinteză este foarte strânsă. O problemă de optimizare are nevoie de o metodă de rezolvare precisă și rapidă, iar o problemă de sinteză are nevoie de o metodă de optimizare potrivită. De aceea, pentru a încadra, clasifica și sistematiza conceptele legate de rezolvare și optimizare am simțit nevoia să scriu o introducere în care să prezint și să explic principalele concepte ale domeniului rezolvării problemelor de câmp și optimizării dispozitivelor electromagnetice.

Introducerea are astfel două părți principale. Prima parte se referă la analiza câmpului electromagnetic și conține definirea modelelor de câmp (fenomenologic, matematic, numeric) precum și evidențierea diversității lor. Partea a doua a introducerii se referă la optimizarea dispozitivelor electromagnetice prezentând evoluția conceptelor privind optimizarea precum și o clasificare a algoritmilor de optimizare.

Starea actuală a cercetărilor în domeniu este prezentată pe larg în capitolul al doilea. Acest capitol are de asemenea două părți importante. Prima dintre ele se referă la metodele de analiză a câmpului electromagnetic în regim magnetic staționar, iar al doilea paragraf reflectă stadiul actual al utilizării metodelor de optimizare în proiectarea dispozitivelor electromagnetice. Pe lângă clasificările de rigoare se fac și considerații critice asupra rezultatelor prezentate în literatură, în vederea identificării căilor și tendințelor de dezvoltare în viitor a acestui domeniu important al cercetării.

Capitolul al treilea este dedicat prezentării metodelor de calcul numeric pentru câmpul electromagnetic cu modelul diferențial și modelul mixt diferențial-integral. Sunt elaborați și prezentați algoritmi dedicați analizei câmpului electromagnetic. Algoritmii au fost implementați și depanați în mediul UNIX/C. Validarea lor a fost efectuată prin compararea rezultatelor numerice obținute cu cele provenite din pachetul de programe MEGA. În urma studiilor efectuate au fost propuși noi algoritmi care pe de o parte permit generarea rețelelor de discretizare adaptate optimal la soluție (prin rafinare succesivă), iar pe de altă parte comută automat între metode diferite de iterații neliniare (metoda polarizației cu relaxare optimală care este garantat convergentă și metoda Newton care este rapidă). Rafinarea rețelei de discretizare se poate aplica atât pe parcursul iterațiilor neliniare cât

¹”Conference on the Computation of Electromagnetic Fields”

și pe parcursul procedurii de optimizare. Sunt stabilite criteriile pentru rafinare succesivă (un indicator local de eroare) și pentru comutarea polialgorithmului.

În capitolul al patrulea se studiază metodele de calcul al sensibilităților funcției obiectiv, mărimi necesare aplicării metodelor deterministe de optimizare de ordin superior. Sunt studiate posibilitățile de calcul al sensibilităților mărimilor principale și mărimilor derivate care pot să apară în expresia funcției obiectiv.

Capitolul al cincilea descrie algoritmul evoluționist folosit în optimizarea dispozitivelor electromagnetice prezentate în capitolul al șaselea. Algoritmul elaborat este destinat rulării în paralel pe o arhitectură de calcul distribuită. Sunt descriși și analizați algoritmul secvențial și cel distribuit precum și influența parametrilor specifici asupra convergenței procesului de optimizare.

Capitolul al șaselea conține optimizarea propriu-zisă a două dispozitive electromagnetice. Prima aplicație reprezintă optimizarea unui dispozitiv de stocare a energiei magnetice, iar a doua reprezintă optimizarea unei matrițe folosită pentru orientarea pulberilor în câmp magnetic. Ambele probleme sunt probleme de benchmark propuse de comunitatea internațională în cadrul “TEAM² Workshop”. Ultimul capitol este rezervat prezentării contribuțiilor aduse în această teză. Lucrarea are patru anexe, primele trei conținând clasificări ale tipurilor și metodelor de rezolvare ale problemelor de optimizare, ultima anexă explicând principalele concepte legate de programele bazate pe evoluție.

1.2 Analiza câmpului electromagnetic

Acest paragraf se referă la analiza câmpului electromagnetic și conține definiția modurilor de câmp: fenomenologic, matematic (formulări diferențiale, integrale sau mixte) și numeric. Este evidențiată diversitatea modelelor numerice ce pot fi adoptate pentru fiecare model matematic. În cazul modelului matematic diferențial pot fi utilizate metoda diferențelor finite sau metoda elementelor finite cu diferitele ei variante de abordare (variațional de tip Rayleigh-Ritz sau cu reziduuri ponderate de tip Galerkin). În cazul modelului matematic integral cea mai potrivită este metoda elementelor de frontieră. Sunt descrise cele două modalități de tratare a neliniarităților: analiza neliniarității înaintea formulării discrete (ca în metoda polarizației) sau analiza neliniarității în formularea discretă (așa cum se procedează în metoda Newton).

1.3 Optimizarea dispozitivelor electromagnetice

A doua parte importantă a acestui capitol se referă la optimizarea dispozitivelor electromagnetice. Mai întâi este prezentată evoluția cunoștințelor privind optimizarea așa cum este ea reflectată în literatura de specialitate. Astfel, din perspectivă istorică metodele matematice de optimizare și unele tehnici numerice asociate lor au început să se dezvolte încă din anii 1950, iar primele aplicații în optimizarea dispozitivelor electromagnetice apar în 1967 când se publică rezultate privind optimizarea aranjamentului unor bobine și forma polilor unor magneți folosind metoda elementelor finite pentru calculul câmpului.

²TEAM (Testing Electromagnetic Analysis Models) reprezintă un grup internațional de lucru constituit în scopul comparării diferitelor programe folosite la analiza câmpului electromagnetic.

Se evidențiază că tendința recentă este de a corela programele generale de calcul de câmp electromagnetic cu algoritmi de optimizare. Dificultățile unei astfel de abordări se datorează restricțiilor legate de puterea de calcul disponibilă, de problemele create de discontinuitatea și nederivabilitatea funcțiilor de cost care rezultă din discretizarea problemei sau de lipsa de acuratețe în calculul numeric al câmpului. Dificultatea optimizării dispozitivelor electromagnetice este datorată și faptului că evaluarea funcției obiectiv necesită rezolvarea numerică a unei probleme de câmp care implică resurse de calcul importante. Din acest motiv algoritmi de optimizare trebuie să fie adaptați problemei și să reducă pe cât posibil la minim evaluările inutile ale funcției obiectiv, în caz contrar execuția putând necesita un timp de calcul atât de mare încât programul dezvoltat pe baza acestor algoritmi ar fi inutil. În finalul capitoului se prezintă și o scurtă clasificare a algoritmilor de optimizare.

2 Stadiul actual al metodelor folosite în optimizarea dispozitivelor electromagnetice

O metodă de proiectare (în sens de optimizare) a unui dispozitiv electromagnetic necesită analiza mai multor configurații posibile. Informațiile rezultate dintr-o astfel de analiză influențează mersul metodei de optimizare. De aceea primul aspect care trebuie rezolvat în vederea optimizării unui dispozitiv electromagnetic îl constituie *alegerea metodei de analiză* a dispozitivului. Având în vedere acest motiv am împărțit acest capitol în două părți. Prima din ele se referă la metodele de analiză a câmpului electromagnetic³. Al doilea paragraf al acestui capitol reflectă stadiul actual al utilizării metodelor de optimizare în proiectarea dispozitivelor electromagnetice.

2.1 Metode de analiză a câmpului magnetic staționar

Mai întâi sunt descrise abordările unificate pentru modelele diferențiale bazate pe geometria diferențială care includ conceptele de formulare standard sau complementară, ecuație primară sau duală, complexul lui De Rham, diagramele Tonti (primare sau duale). Se prezintă avantajele și dezavantajele diferitelor formulări întâlnite în literatură: formularea în \mathbf{B} și \mathbf{H} , formularea în potențial scalar total Ψ , formularea în potențial scalar redus Φ , formularea în potențial vector \mathbf{A} , formularea în potențial vector redus \mathbf{A}_r precum și formulări care folosesc mai multe potențiale: $\Psi - \Phi$, $\mathbf{A} - \Phi$, \mathbf{A}_r , $\Phi - \Psi$.

Sunt descrise apoi principiile care stau la baza construirii modelelor integrale: superpoziția, utilizarea funcțiilor Green sau a metodei Treftz. Sunt comentate avantajele și dezavantajele acestor două tipuri de formulări evidențiindu-se motivele care au condus la apariția metodelor hibride care combină metode numerice corespunzătoare formulărilor diferențiale cu cele corespunzătoare formulărilor integrale.

³Gândindu-mă la multitudinea de tipuri de probleme care există, cu siguranță nu aș fi putut scrie despre stadiul actual al acestui domeniu fără a face câteva limitări legate de clasa de probleme. Cunoscând problemele de optimizare pe care le aveam de rezolvat, toate fiind de regim magnetic staționar, am încercat să pun în evidență și să sintetizez metodele de analiză folosite în rezolvarea acestei categorii de probleme.

2.2 Optimizarea dispozitivelor electromagnetice

În acest paragraf sunt descrise (fără a epuiza subiectul) principalele dispozitive electromagnetice și metodele folosite pentru optimizarea lor întâlnite în literatura de specialitate. Gama de aplicații este vastă: de la determinarea geometriei magnetilor care trebuie să producă un câmp uniform în sistemele MRI ⁴[25, 32], determinarea formei polilor în acceleratoarele de particule și dispozitive de deflecție [28], optimizarea magnetilor din diverse dispozitive, tot felul de motoare [29], transformatoare [23] și alte dispozitive care să satisfacă anumite cerințe cu costuri minime, în optimizarea formei izolatorilor sau a electrozilor acestora [34], proiectarea dispozitivelor de levitație magnetică [15, 16] până la proiectarea dispozitivelor de încălzire prin inducție [14].

3 Analiza numerică a câmpului magnetic staționar în medii neliniare

Modelul numeric folosit în acest capitol se bazează pe formularea diferențială în potențial vector și metoda elementelor finite. Regimul de studiu al câmpului este cel magnetic staționar în medii neliniare magnetice. Nu sunt studiate mediile cu histerezis, iar detalierea metodelor se face pentru problemele plan-paralele. Scopul capitolului este de a genera algoritmi pentru analiza numerică a câmpului magnetic, algoritmi care să fie robusți și optimali din punctul de vedere al resurselor de calcul necesare, în special timpul CPU.

3.1 Algoritmi pentru rezolvarea problemelor neliniare de regim magnetic staționar

Primul paragraf urmărește detalierea algoritmilor pentru rezolvarea problemelor neliniare de regim magnetic staționar. Pe baza formulării corecte a problemei sunt detaliați algoritmi corespunzători metodei polarizației, metodei polarizației cu relaxare și metodei Newton pentru cazul problemelor plan-paralele și metodei elementelor finite.

Metoda Newton are avantajul unei convergențe rapide (pătratică) în apropierea soluției dar are dezavantajul că nu este întotdeauna convergentă. Metoda polarizației are avantajul că este întotdeauna convergentă, dar are dezavantajul unei convergențe liniare.

Poate că un algoritm înțelept ar trebui să combine avantajele celor două metode și anume să înceapă prin iterații ale metodei polarizației după care la un moment dat ar trece pe iterații Newton-Raphson. În alegerea acestui moment de trecere ar trebui să se țină cont și de alți indicatori și/sau estimatori de eroare.

O problemă importantă o constituie și rezolvarea sistemului liniar. În cazul metodei polarizației, matricea coeficienților sistemului este întotdeauna aceeași, de aceea în acest caz se poate folosi o metodă directă de rezolvare a sistemului (factorizare LU - varianta Cholesky pentru că matricea sistemului este simetrică și pozitiv definită). În cazul metodei Newton-Raphson se pot aborda două strategii. Una din ele este să se rezolve sistemul

⁴Magnetic Resonance Imaging

liniar printr-o metoda directă, caz în care se recomandă ca matricea Jacobian să nu se recalculeze la fiecare iterație având în vedere că ea nu se schimbă prea mult de la o iterație la alta. Matricea Jacobian se calculează pentru primele L iterații Newton-Raphson apoi se menține neschimbată M iterații, se recalculează la iterația $L + M + 1$ și apoi se menține neschimbată ș.a.m.d. Având în vedere că pe parcursul a M iterații matricea coeficienților sistemului de rezolvat este neschimbată, se poate folosi și aici o factorizare LU. Un avantaj suplimentar îl putem obține în cazul unei numerotări convenabile a nodurilor și anume se începe cu nodurile de care sunt agățate doar elemente liniare și apoi se continuă cu restul nodurilor. În cazul în care astfel de noduri sunt majoritare algoritmul pentru factorizarea LU a matricei coeficienților corespunzătoare unui grup de M iterații poate ține cont de factorizarea grupului anterior în vederea micșorării timpului de calcul. O altă posibilitate este să se folosească o metodă iterativă pentru rezolvarea sistemului liniar, avantajul principal al acestei soluții constând în posibilitatea aplicării tehnicilor eficiente de matrice rare.

În ce privește curbele de magnetizare, ele trebuie să fie monotone pentru a putea fi folosite de metoda polarizației și necesită o prelucrare suplimentară (interpolare) pentru a putea fi folosite de metoda Newton-Raphson.

3.2 Condiții de frontieră pentru domenii nemărginite

În acest paragraf sunt studiate felul în care trebuie impuse condițiile de frontieră în cazul problemelor de câmp ce modelează domeniile nemărginite. Este detaliată tratarea frontierei deschise în cazul unei probleme plan-paralele de regim magnetic staționar folosind metoda identității Green. Formularea problemei se face însă atât în cazul tridimensional cât și în cel bidimensional, enunțându-se și demonstrându-se pentru fiecare caz câte o teoremă de unicitate.

Iată de exemplu cum este formulată problema în cazul bidimensional. Domeniul problemei este împărțit în două părți disjuncte: un domeniu interior \mathcal{D}_i , simplu conex, în care se găsesc materiale neliniare și surse de câmp, mărginit de o curbă închisă Γ și un domeniu exterior curbei Γ , notat \mathcal{D}_e , care se extinde până la infinit. Normala exterioară la domeniul interior o notăm cu \mathbf{n} , iar cea interioară este $\mathbf{n}' = -\mathbf{n}$. Curbă închisă Γ va fi aleasă astfel încât să treacă numai prin aer iar domeniul exterior (care are $\mu = \mu_0$) să nu conțină surse de câmp (figura 1).

În domeniul exterior potențialul satisface ecuația Laplace. Pe frontiera Γ suficient de regulată potențialul este continuu și de asemenea și derivata sa după normală este continuă.

TEOREMĂ DE UNICITATE (2D): Problema determinării potențialului magnetic vector $\mathbf{A} = A\mathbf{k}$ al câmpului magnetic staționar în domeniul interior \mathcal{D}_i , care satisface în

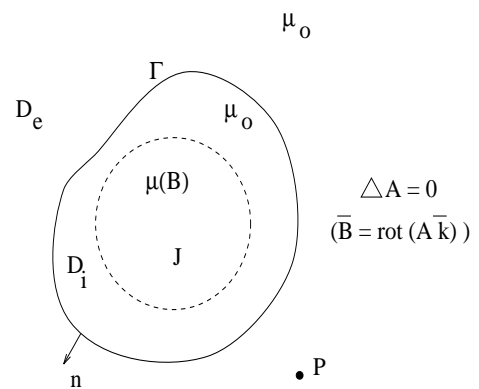


Figura 1: Împărțirea în domenii în cazul 2D

\mathcal{D}_i ecuația

$$-\operatorname{div}(F^{-1}\operatorname{grad} A) = J, \quad (1)$$

unde F este o funcție uniform monotonă cu $\mathbf{H} \times F(\mathbf{H}) = 0$ pentru orice \mathbf{H} , admite soluție unică dacă pe frontiera Γ se impune o relație de tipul

$$\left(\frac{\partial A}{\partial n}\right)_{\Gamma} = \mathcal{P}(A_{\Gamma}), \quad (2)$$

unde \mathcal{P} este un operator liniar negativ.

Negativitatea operatorului \mathcal{P} se scrie explicit $\oint_{\Gamma} A \frac{\partial A}{\partial n} dA \leq 0$.

Este detaliat apoi modelul numeric hibrid diferențial-integral (FEM-BEM).

3.3 Indicatori de eroare a soluției numerice. Rețele adaptive de discretizare

Scopul acestui paragraf este de a caracteriza abaterea dintre soluția numerică și cea exactă a unei probleme de câmp magnetic. Evaluarea riguroasă a acestei abateri ar presupune cunoașterea soluției exacte. Majoranți ai acestei abateri sunt cunoscuți sub numele de *estimatori de eroare*. Din păcate, determinarea estimatorilor de eroare necesită un efort de calcul important iar relevanța lor nu este în toate cazurile cea așteptată (de multe ori ei dau caracterizări ale erorii prea pesimiste). Din aceste motive vom prefera utilizarea *indicatorilor de eroare* care au proprietatea că se anulează odată cu abaterea dintre soluția exactă și cea numerică. Ei permit identificarea punctelor din domeniul de calcul în care abaterea dintre soluția exactă și cea numerică este semnificativă. Prin folosirea unor algoritmi de rafinare succesivă locală a rețelei de discretizare în aceste puncte se obține în final o eroare mică (așa cum este caracterizată ea de indicatorul ales) atât din punct de vedere global cât și local (prin adaptarea rețelei de discretizare la soluție).

Să presupunem că se lucrează cu potențialul vector \mathbf{A} , iar \mathbf{A}' este aproximarea numerică a soluției exacte \mathbf{A} . În aceste condiții ecuația $\operatorname{div} \mathbf{B}' = 0$, unde $\mathbf{B}' = \operatorname{rot} \mathbf{A}'$, este automat satisfăcută. În plus, dacă $\mathbf{H}' = F(\mathbf{B}')$ atunci și ecuația constitutivă de material este satisfăcută exact. Singura ecuație care este satisfăcută aproximativ este $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$. În consecință se propune calculul *densității de curent reziduale* definită prin

$$\mathbf{J}_r = \operatorname{rot} \mathbf{H}' - \mathbf{J} \quad (3)$$

și care va caracteriza local eroarea soluției numerice (va fi deci un indicator de eroare).

În cazul metodei elementelor finite în probleme plan-paralele, pentru o discretizare în elemente triunghiulare de ordinul întâi, câmpul este constant pe triunghi și în consecință $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{0}$ pe fiecare element. Curentul rezidual va avea doar distribuție superficială pe laturile elementului și, eventual, pe volumul elementului dacă $\mathbf{J} \neq \mathbf{0}$. Direcția curentului rezidual va fi evident tot direcția \mathbf{k} și notând $\mathbf{J}_r = J_r \mathbf{k}$ rezultă că

$$J_r = \operatorname{div}(\nu \operatorname{grad} A') + J. \quad (4)$$

Pornind de la sistemul de ecuații care se rezolvă în cazul folosirii metodei Galerkin, se demonstrează apoi că

$$\int_{\Omega} \Psi_i J_r d\Omega - \int_{C_N} \Psi_i J_{r_N} dl = 0, \quad (5)$$

unde $J_{r_N} = \nu(\frac{\partial A'}{\partial n} - g)$ este densitatea unei pânze de curent reziduale corespunzătoare frontierei Neumann. Pe frontiera Dirichlet $\Psi = 0$ și de aceea integrala pe frontieră Γ a fost redusă la integrala pe porțiunea C_N . Ecuația (5) indică o autoechilibrare globală a reziduurilor.

În consecință, metoda numerică rezolvă exact o altă problemă în care curenții inițiali din elemente au fost redistribuiți pe laturile acestora astfel încât ei se autoechilibrează. Pentru un nod interior, ținând cont de proprietățile funcției Ψ_i , rezultă următoarea formă a condiției (5):

$$\sum_{C_k \subset \Omega_i} \int_{C_k} \Psi_i J'_k dl_k = \int_{\Omega_i} \Psi_i J d\Omega, \quad (6)$$

unde s-a notat cu Ω_i domeniul determinat de mulțimea triunghiurilor care conțin nodul i , cu C_k o muchie care concură la nodul i și cu J'_k densitatea pânzei de curent reziduale de pe muchia C_k . Relațiile (6) arată că autoechilibrarea erorilor are loc și local, în jurul fiecărui nod. (Curentul real din vecinătatea nodului i , care este o treime din curentul total al elementelor ce înconjoară nodul, este egal cu curentul redistribuit în vecinătatea nodului i , care este egal cu jumătate din curenții laturilor care concură la nod.) Din acest motiv indicatorul local de eroare pare mai natural să fie asociat entității element sau celei de laturi decât entității nod.

• Indicator de eroare bazat pe o mărime de tip energetic

Pentru o obține un indicator de eroare se propune folosirea unui vector $[\varepsilon_e]$ la care fiecare componentă este asociată unui element e

$$\varepsilon_e = \frac{W_{r_e}}{W} = \frac{1}{W} \int_e \mathbf{J}_r \cdot \mathbf{A} d\Omega = \frac{1}{W} \left[\frac{1}{2} \sum_{f=1}^3 A_f (\mathbf{H}_e - \mathbf{H}_f) \cdot \mathbf{l}_{ef} - J_e A_e \Delta_e \right], \quad (7)$$

în care s-a notat cu A_e soluția în centrul elementului e , A_f soluția în mijlocul laturii f din elementul e (de lungime l_{ef}), \mathbf{H}_e și \mathbf{H}_f câmpul magnetic din elementul e și respectiv din elementul vecin f . Suma componentelor acestui vector este ε , și reprezintă un indicator pentru exactitatea determinării soluției numerice, în schimb componentele sale reprezintă indicatori locali de eroare și implicit norma sa reprezintă un indicator global de eroare.

Nodurile la care parametrul $|\varepsilon_e|$ are valori mari indică zone locale la care soluția este imprecis calculată. O metodă de identificare a elementelor care trebuie rafinate ar putea fi cea de a selecta din cele E elemente primele E/λ elemente ⁵ la care erorile locale $|\varepsilon_e|$ au valorile cele mai mari.

⁵Gândindu-ne la evoluția rețelei de discretizare simultan cu procesul de optimizare, în SA λ poate fi corelat cu temperatura printr-o transformare afină astfel încât el să scadă spre final. În GA λ poate scade exponențial cu numărul generației curențe (eventual același tip de scădere folosită de probabilitatea mutației). Folosind modelul metodei multigrad, rafinarea succesivă poate fi aplicată atât pe parcursul procesului iterativ de rezolvare a sistemului liniar de ecuații obținut prin discretizare cât mai ales pe parcursul iterațiilor neliniare.

Deoarece un triunghi se înlocuiește în medie cu alte 4 triunghiuri, rezultă că alegând $\lambda = 3$, la fiecare rafinare practic se dublează numărul de elemente (și implicit de noduri). Dacă se dorește ca după m rafinări succesive rețeaua să conțină de r ori mai multe elemente atunci trebuie aleasă valoarea $\lambda = 3/(\sqrt[m]{r} - 1)$. În mod uzual, probabil că mai puțin de o treime din numărul de noduri vor fi declarate cu probleme.

Calitatea rețelei de discretizare (adaptarea ei la variația câmpului) poate fi caracterizată prin dispersia componentelor vectorului $[\varepsilon_e]$ în jurul valorii medii, respectiv prin raportul

$$q = \frac{\|\varepsilon\|_2}{\|\varepsilon\|_{\max}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{E} \sum_{e=1}^E \varepsilon_e^2}}{\max_{e=1, E} |\varepsilon_e|}, \quad (8)$$

care are valoare unitară în cazul unei rețele perfect adaptate (care asigură distribuția uniformă a erorilor locale). Cu cât valoarea factorului de calitate q este mai mică cu atât rețeaua este mai prost adaptată. Înmulțit cu zece el dă "nota" rețelei.

Algoritm de rafinare a rețelei pe parcursul iterațiilor neliniare:

1. nnod = număr de noduri
2. nnodmax = număr maxim de noduri
3. kmax = număr maxim de iterații
4. eps0 = eroarea impusă
5. $r = 100$; factor de creștere a numărului de noduri pe întregul proces
6. $k = 0$; contor iterații
7. $\lambda = 3/(\sqrt[k_{\max}]{r} - 1)$
8. **repetă**
 - 8.1. $k = k + 1$
 - 8.2. **dacă** $k > k_{\max}$ **atunci stop**
 - 8.3. efectuează iterație neliniară
 - 8.4. $e = \|\delta\mathbf{I}\|/\|\mathbf{I}\|$; corecția relativă a polarizației magnetice
 - 8.5. calculează vectorul indicator de eroare ε
 - 8.6. **scrie** $k, nnod, e, \varepsilon, \|\varepsilon\|_2, q$
 - 8.7. **dacă** $\|\varepsilon\|_2 > eps0$ **și** $nnod \left(\frac{3}{\lambda} + 1\right) < nnod_{\max}$ **atunci** rafinează rețea și interpolează soluție

până când $e < eps0$

3.4 Teste numerice

Acest paragraf cuprinde rezultatele numerice ale implementării celor trei algoritmi detaliați: polarizație, polarizație cu relaxare, Newton. Implementarea⁶ a fost făcută în limbajul de programare C și sistemul de operare LINUX, programele fiind rulate pe un sistem PC Pentium (75 MHz). Pentru validarea acurateții au fost făcute comparații cu rezultatele unor probleme identice sau asemănătoare modelate cu ajutorul programului de calcul de câmp MEGA, produs de Universitatea din Bath, și care a fost rulat pe o stație grafică HP/720. În rulările cu MEGA s-au folosit parametrii implicați ai programului: metoda

⁶Discretizarea a fost făcută cu preprocesorul FAP[2] dezvoltat în LMN, iar autoarea a implementat și depanat modulul de rezolvare neliniară și postprocesare.

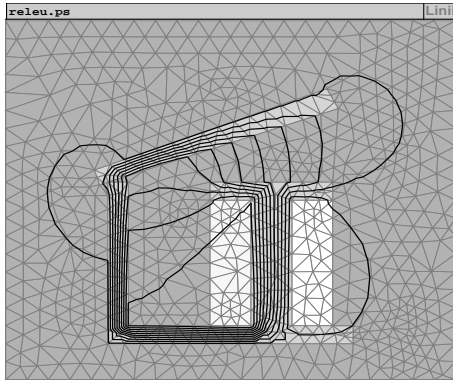


Figura 2: Test 3 - rețeaua de discretizare și spectrul inducției

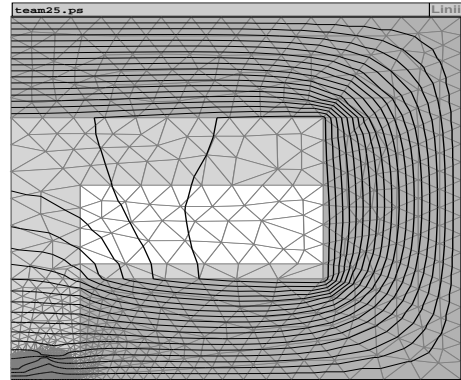


Figura 3: Test 4 - rețeaua de discretizare și spectrul inducției

Newton, condiția de oprire fiind ca eroarea relativă maximă a inducției magnetice să fie sub 0.5 %, iar pentru rezolvarea sistemului liniar fiind folosită metoda gradientilor conjugați cu o eroare de 10^{-12} . Rezolvarea sistemului liniar în FAP a fost făcută cu metoda suprarelaxării succesive (cu factor de relaxare optim) cu o eroare de 10^{-7} .

Testul al treilea se îl constituie un circuit magnetic neliniar (de tip releu), rețeaua de discretizare fiind având 725 noduri, 1366 elemente (figura 2). Pentru acest caz rețelele de discretizare folosite de FAP și MEGA nu sunt identice însă au aproximativ aceleași dimensiuni (rețeaua generată cu MEGA are 748 noduri și 1431 elemente).

Testul al patrulea urmărește rezolvarea configurației problemei TEAM 25. Și în acest caz rețelele au aproximativ aceleași dimensiuni (rețeaua generată cu MEGA are 1446 noduri și 2749 elemente, iar rețeaua generată cu FAP are 1420 noduri și 2703 elemente).

În urma testelor numerice efectuate se poate ajunge la concluzia că metoda polarizației ridică mult mai puține probleme decât metoda Newton atât din punct de vedere al convergenței cât și din punctul de vedere al prelucrării curbei de material. Utilizarea relaxării optime conduce la îmbunătățirea acestui algoritm prin sporirea vitezei de calcul a soluției numerice de circa 3 ori, deci ea este puternic recomandată.

Algoritmul Newton standard nu este robust. Deoarece rezolvarea multor probleme eșuează cu algoritmul Newton, se întâlnesc în literatură algoritmi Newton-Raphson modificați, care folosesc subrelaxarea pentru a asigura convergența algoritmului [5, 17, 24, 26, 27], dar care evident conduc la micșorarea vitezei de convergență.

Pentru a obține algoritmi rapizi dar robusti (având convergența asigurată) se pare că cea mai bună metodă este de a folosi tehnica polialgoritmilor. Iterațiile inițiale se realizează cu o metodă garantat convergentă (de exemplu PB cu relaxare) iar în vecinătatea soluției se comută pe metoda Newton care este mai rapidă. Eventual dacă aceasta nu se dovedește convergentă se revine la metoda polarizației și ciclul se repetă. Singura problemă care trebuie rezolvată constă în alegerea criteriului de comutare între metode.

Pe baza rezultatelor numerice obținute în testele anterioare propunem drept criteriu de performanță a unui algoritm timpul prezumat pentru obținerea erorii impuse, obținut prin extrapolarea liniară a logaritmului corecției relative din ultimele două iterații. Pe

baza acestui criteriu algoritmul următor comută ”inteligent” între cele două metode.

Algoritm de comutare ”inteligentă” între metodele polarizație cu relaxare și Newton:

1. $n_1 = 30$; număr maxim de iterații ale metodei PB la o trecere (conform rezultatelor de la testul 4)
 2. $c_0 = 0.1$; impune scăderea erorii relative cu un ordin de mărime la fiecare trecere prin metoda PB, de asemenea stabilește numărul maxim de iterații ale metodei Newton = $n_1 c_0$
 3. $n_2 = n_1 c_0$; număr maxim de iterații ale metodei Newton
 4. $\text{eps}_0 = 10^{-3}$; eroare impusă
 5. $\text{eps} = 1.0$; eroarea relativă inițială (la metoda PB, dacă polarizațiile se inițializează cu zero, norma relativă a corecției după prima iterație este 1)
 6. $k = 1$; contor global iterații
 7. $\text{nr_noduri} = \text{nr_noduri}$; număr maxim de iterații
 8. **repetă**
 - 8.1. $\text{eps}_a = \text{eps}$
 - 8.2. $\text{eps}_1 = c_0 \text{eps}$
 - 8.3. $(t, n, \text{eps}) = \text{PBrelax}(n_1, \text{eps}_1)$; apelul metodei PB cu relaxare pentru eroare eps și numărul maxim de iterații n_1 întoarce timpul de calcul, numărul de iterații efectuat și eroarea la care s-a oprit algoritmul
 - 8.4. $k = k + n$
 - 8.5. **dacă** ($\text{eps} < \text{eps}_0$) **atunci stop**
 - 8.6. $\text{perf}_1 = t \cdot \lg(\text{eps}_0/\text{eps}_a)/\lg(\text{eps}/\text{eps}_a)$; estimează timpul perf_1 după care PB ar atinge eroarea eps_0
 - 8.7. $\text{eps}_a = \text{eps}$; noua eroare inițială
 - 8.8. $(t, n, \text{eps}) = \text{Newton}(n_2, \text{eps}_0)$; încearcă ”finish” cu metoda Newton
 - 8.9. $k = k + n$
 - 8.10. **dacă** ($\text{eps} < \text{eps}_0$) **atunci stop**
 - 8.11. $\text{perf}_2 = t \cdot \lg(\text{eps}_0/\text{eps}_a)/\lg(\text{eps}/\text{eps}_a)$; estimează timpul perf_2 după care Newton ar atinge eroarea eps_0
 - 8.12. **dacă** ($\text{perf}_2 < \text{perf}_1$) **atunci**
 - 8.12.1. $n_3 = \text{minim}(n_2 + n \cdot \text{perf}_2/t, n_1)$; Newton cu mai multe iterații
 - 8.12.2. $(t, n, \text{eps}) = \text{Newton}(n_3, \text{eps}_0)$
 - 8.12.3. $k = k + n$
- până când** (($\text{eps} < \text{eps}_0$) **sau** ($k > \text{nr_noduri}$))

4 Analiza sensibilităților și optimizarea dispozitivelor electromagnetice

Optimizarea dispozitivelor electromagnetice se reduce la găsirea extremelor unei funcții reale f numită *funcție obiectiv*, a cărei expresie este stabilită înaintea alegerii metodei de optimizare propriu-zise,

$$f(\text{”parametri”}) = \text{”expresie”}. \quad (9)$$

Parametrii problemei sunt mărimile care se cer găsite astfel încât să fie satisfăcute anumite obiective. Există două tipuri de abordări.

Una din abordări presupune cunoscută forma dispozitivului și poziția surselor de câmp (se poate desena o schiță a dispozitivului din care însă lipsesc valorile numerice ale anumitor cote și poate și valorile surselor de câmp). Într-o astfel de abordare parametrii problemei pot fi: • dimensiuni geometrice principale ale obiectelor geometrice ale dispozitivului (de exemplu raze de cercuri, semiaxe de elipse, diferite distanțe) care fixează "interfețele" dintre materiale cu proprietăți diferite; se presupune deci că sunt cunoscute familiile de curbe care descriu "interfețele", optimizarea găsindu-le poziția optimă în spațiu. • valorile surselor de câmp pentru care trebuie cunoscut tipul de variație temporală (pentru a putea stabili metoda de analiză potrivită). • valorile parametrilor de material (presupus liniar) sau curbele neliniare ce descriu caracteristicile de material.

O a doua abordare nu presupune cunoscută forma dispozitivului ci doar extinderea lui maximală în spațiu. În această situație necunoscutele problemei sunt în număr infinit: în fiecare punct din spațiu proprietatea de material și sursa de câmp. Pentru a avea un număr finit de parametri domeniul maximal se împarte într-un număr finit de celule pe care proprietățile de material și sursele de câmp se presupun omogene. Și în această situație trebuie făcută o presupunere despre variația temporală a surselor de câmp. O astfel de abordare aparține mai degrabă de problema sintezei dispozitivelor.

Expresia din membrul drept al relației (9) poate conține o varietate de mărimi de tipul: • dimensiuni geometrice ale problemei (pot apare de exemplu din considerații legate de cantitatea sau prețul anumitor materiale); • mărimi locale ce caracterizează câmpul electromagnetic (de exemplu inducții magnetice în anumite puncte); • mărimi globale ce caracterizează câmpul electromagnetic (de exemplu fluxuri, energii). • mărimi locale sau globale ce caracterizează efecte ale câmpului electromagnetic (temperaturi, viteze, debite, cupluri, forțe etc.)

Ultimele trei categorii sunt de obicei mărimi derivate din mărimea principală a problemei (cea în care este formulată problema de câmp pentru rezolvare). Mărimea principală depinde la rândul ei de caracteristicile geometrice, de material și de sursele problemei, o parte dintre acestea fiind cunoscute iar altele fiind parametri a căror valori optime sunt căutate. Având în vedere aceste considerente, putem scrie relația (9) mai explicit astfel

$$f(p) = F(p', d'(A(p, d))), \quad (10)$$

unde • p reprezintă vectorul *parametrilor de optimizat*, cei a căror valoare se cere determinată astfel încât să fie satisfăcute obiectivele problemei. Ei pot fi dimensiuni geometrice, constante de material sau valori ce identifică sursele de câmp. • p' sunt *parametri de optimizare care apar explicit în expresia F a funcției obiectiv*. • d reprezintă *datele problemei de câmp*, cele prin a căror specificare problema de câmp este bine formulată. • A este *mărimea principală a problemei*, cea în care este formulată problema de câmp pentru a fi rezolvată (de exemplu A este potențialul magnetic vector). • $d'(A)$ reprezintă *mărimile derivate din mărimea principală A* (de exemplu inducția magnetică, energia).

Dacă notăm cu \mathcal{P} mulțimea parametrilor de optimizare (elementele acestei mulțimi fiind componentele vectorului p), cu \mathcal{P}' mulțimea parametrilor de optimizare care apar explicit în expresia F și cu \mathcal{D} mulțimea datelor problemei de câmp atunci $\mathcal{P}' \subset \mathcal{P} \subset \mathcal{D}$.

Funcția f din (10) este în cele din urmă o funcție reală definită într-un spațiu multidimensional. Folosirea unei metode de optimizare deterministe de ordin superior presupune cunoașterea gradientului funcției, deci a derivatelor (*"sensitivităților"*) funcției în raport cu parametrii de optimizat.

O posibilitate de a calcula sensibilitățile funcției de cost în raport cu variabilele de proiectare este aceea de a folosi metode de tip diferențe finite. Dacă pentru o evaluare a funcției de cost este necesară o rezolvare a unei probleme de câmp, aceasta înseamnă că pentru calculul unei derivate parțiale sunt necesare mai multe rezolvări de probleme de câmp. Metoda este imprecisă datorită tuturor problemelor care apar la derivarea numerică (calculul pasului optim ar face ca metoda să fie costisitoare din punct de vedere al timpului de calcul). De aceea, în cele ce urmează vom prezenta alte tipuri de metode pentru calculul sensibilităților.

Aplicând derivatele în membrul drept din (10) rezultă (de exemplu aplicând reguli de derivare înlănțuită) că vom avea nevoie de calculul derivatelor (*"sensitivităților"*) mărimilor de câmp (locale sau globale) în raport cu variabilele de proiectare.

În acest capitol se consideră primul tip de abordare în care parametrii pot fi dimensiuni sau valori de surse de câmp. Materialele (liniare sau neliniare) le vom presupune cunoscute.

4.1 Sensitivitățile mărimii principale față de parametrii problemei de optimizare

Vom nota cu A mărimea (necunoscută) principală a problemei (cea care rezultă din rezolvarea problemei de câmp), definită pe domeniul problemei (fiind astfel necunoscute o infinitate de valori scalare) și cu p_k ($k = 1, \dots, m$) parametrii problemei de optimizare (componentele vectorului p). Problema tratată în acest paragraf este calculul mărimii $\frac{\partial A}{\partial p_k}$. În cele ce urmează vom renota componenta p_k cu p și nu vom mai face referiri la vectorul parametrilor problemei de optimizare.

• Folosirea unei probleme adjuncte

În cazul regimului magnetic staționar rezultă că

$$\int_{\partial\Omega} (\mathbf{A} \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{n} \, dA = \int_{\Omega} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{J}) \, d\Omega.$$

Dacă frontiera $\partial\Omega$ este suficient de departe de sursele de câmp, putem presupune că pe ea intensitatea câmpului magnetic este nulă și în consecință rezultă că

$$\int_{\Omega} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \, d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} \, d\Omega. \quad (11)$$

Relația (11) este valabilă indiferent de legătura dintre câmpurile de vectori \mathbf{B} și \mathbf{H} . Esențial este ca $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$ și $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$. În aceste condiții relația este valabilă și dacă \mathbf{H} și \mathbf{J} corespund unei probleme iar \mathbf{B} și \mathbf{A} corespund altei probleme (de regim magnetic staționar).

Vom considera trei probleme de regim magnetic staționar. Prima problemă este problema inițială, în care materialele sunt neliniare (dar izotrope): $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$, $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$, $\mathbf{B} = \mathbf{f}(\mathbf{H})$. A doua problemă reprezintă prima problemă cu mici perturbații: $\mathbf{B} + \delta\mathbf{B} = \text{rot}(\mathbf{A} + \delta\mathbf{A})$, $\text{rot}(\mathbf{H} + \delta\mathbf{H}) = \mathbf{J} + \delta\mathbf{J}$. Rezultă că relațiile satisfăcute de perturbații sunt: $\delta\mathbf{B} = \text{rot } \delta\mathbf{A}$, $\text{rot } \delta\mathbf{H} = \delta\mathbf{J}$. A treia problemă este o problemă numită *adjunctă*: $\hat{\mathbf{B}} = \text{rot } \hat{\mathbf{A}}$, $\text{rot } \hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{J}}$. Scriind relații de tipul (11) pentru perechile $(\hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{A}})$ și $(\delta\mathbf{H}, \delta\mathbf{J})$ și apoi pentru $(\delta\mathbf{B}, \delta\mathbf{A})$ și $(\hat{\mathbf{H}}, \hat{\mathbf{J}})$ rezultă relațiile:

$$\int_{\Omega} \hat{\mathbf{B}} \cdot \delta\mathbf{H} \, d\Omega = \int_{\Omega} \hat{\mathbf{A}} \cdot \delta\mathbf{J} \, d\Omega, \quad (12)$$

$$\int_{\Omega} \hat{\mathbf{H}} \cdot \delta\mathbf{B} \, d\Omega = \int_{\Omega} \hat{\mathbf{J}} \cdot \delta\mathbf{A} \, d\Omega. \quad (13)$$

Scăzând relațiile (12) și (13) rezultă

$$\int_{\Omega} (\hat{\mathbf{B}} \cdot \delta\mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}} \cdot \delta\mathbf{B}) \, d\Omega = \int_{\Omega} (\hat{\mathbf{A}} \cdot \delta\mathbf{J} - \hat{\mathbf{J}} \cdot \delta\mathbf{A}) \, d\Omega \quad (14)$$

Fie p unul din parametrii de optimizare. Privind domeniul problemei ca fiind format din celule, fiecare celulă este caracterizată de două mărimi: $\mathbf{f}(\mathbf{H}, p)$ și $\mathbf{J}(p)$.

Folosind derivata Frechet a funcției \mathbf{f} , variația $\delta\mathbf{B}$ se poate exprima astfel:

$$\delta\mathbf{B} = \frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{H}} \delta\mathbf{H} + \frac{\partial\mathbf{f}}{\partial p} \delta p, \quad (15)$$

$$\delta\mathbf{J} = \frac{d\mathbf{J}}{dp} \delta p. \quad (16)$$

Înlocuind relațiile (15) și (16) în (14) rezultă că

$$\int_{\Omega} (\hat{\mathbf{B}} \cdot \delta\mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}} \cdot \frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{H}} \delta\mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}} \cdot \frac{\partial\mathbf{f}}{\partial p} \delta p) \, d\Omega = \int_{\Omega} (\hat{\mathbf{A}} \cdot \frac{d\mathbf{J}}{dp} \delta p - \hat{\mathbf{J}} \cdot \delta\mathbf{A}) \, d\Omega. \quad (17)$$

Dacă alegem $\hat{\mathbf{J}} = \mathbf{J}_0 \delta(P, Q)$ (sursa problemei adjuncte concentrată în punctul în care se dorește calculul senzitivității mărimii principale \mathbf{A} în raport cu variabila de optimizat p) și $\hat{\mathbf{B}} = \frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}$ (materialele în problema adjunctă sunt liniare și au permeabilitatea magnetică egală cu permeabilitatea dinamică din problema inițială) atunci relația (17) devine

$$\mathbf{J}_0 \cdot \delta\mathbf{A} = \int_{\Omega} \hat{\mathbf{A}} \cdot \frac{d\mathbf{J}}{dp} \delta p \, d\Omega + \int_{\Omega} \hat{\mathbf{H}} \cdot \frac{\partial\mathbf{f}}{\partial p} \delta p \, d\Omega, \quad (18)$$

și pentru o problemă plan-paralelă rezultă că

$$\frac{\partial A}{\partial p} = J_0^{-1} \left(\int_{\Omega} \hat{A} \frac{dJ}{dp} \, d\Omega + \int_{\Omega} \hat{\mathbf{H}} \cdot \frac{\partial\mathbf{f}}{\partial p} \, d\Omega \right). \quad (19)$$

Dacă p este un parametru care reprezintă o dimensiune geometrică, atunci derivatele în raport cu p sunt diferite de zero pe interfețele parametrizate de p . Dacă p este o sursă de câmp atunci $\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial p} = 0$ dar $\frac{d\mathbf{J}}{dp}$ este diferită de zero în regiunea parametrizată de p .

Dacă p este un parametru geometric, atunci relația (19) se reduce la integrale pe interfețele care se modifică, sub integrale apărând saltul lui J și saltul mărimii $\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{H}}$ în sensul creșterii parametrului p .

Relația (18) este valabilă pentru o alegere corespunzătoare a problemei adjuncte. Aceasta este o problemă liniară, cu o anumită distribuție a surselor de câmp. Sursa de câmp a problemei adjuncte este de tip distribuție, plasată în punctul în care se dorește calculul sensibilității potențialului vector. O astfel de sursă are sens numai pentru problemele plan-paralele sau axisimetrice.

• Exploatarea metodei numerice de rezolvare

În cazul folosirii unei metode numerice numărul de valori scalare necunoscute este finit. Aceste necunoscute le vom nota cu A_i ($i = 1, \dots, n$) și le vom numi necunoscute principale. Vom nota cu A vectorul n -dimensional având drept componente necunoscutele A_i . Prin utilizarea unei metode numerice, vectorul necunoscutelor principale se obține prin rezolvarea unui sistem de ecuații algebrice

$$SA = T, \quad (20)$$

unde S este o matrice pătrată de dimensiuni $n \times n$ iar T este vectorul de dimensiune n al termenilor liberi (vom nota componentele sale cu t_i). Este evident că pentru asamblarea matricei S și a vectorului T sunt folosite informații despre geometria problemei, materialele și sursele de câmp. Elementele lor vor depinde în consecință de parametrii de optimizat p . Derivând fiecare ecuație a sistemului (20) și notând cu S' matricea de elemente s'_{ij} , cu A' vectorul de elemente A'_i și cu T' vectorul de elemente t'_i unde:

$$s'_{ij} = \frac{\partial s_{ij}}{\partial p_k}, \quad A'_i = \frac{\partial A_i}{\partial p_k}, \quad t'_i = \frac{\partial t_i}{\partial p_k}, \quad (21)$$

rezultă că

$$S'A + SA' = T' \implies SA' = T' - S'A. \quad (22)$$

Pentru calculul celor n derivate în raport cu p_k (cu k fixat) este necesară rezolvarea sistemului (22). Pentru calculul tuturor derivatelor este necesară rezolvarea a m sisteme de tipul (22). Asamblarea celor m matrice S' și a celor m vectori T' se poate face simultan cu asamblarea matricei S și a vectorului T . Metoda de calcul al sensibilităților necunoscutelor principale față de parametrii de optimizare este incorporată în metoda numerică de rezolvare a problemei de câmp. Se observă de asemenea că sistemele (22) și (20) au aceeași matrice a coeficienților, rezultând că în cazul folosirii unei metode directe de rezolvare factorizarea matricei se face o singură dată.

Necunoscuta principală într-un punct oarecare al domeniului se va exprima ca fiind

$$A = g(A_1, \dots, A_n), \quad (23)$$

și rezultă că

$$\frac{\partial A}{\partial p_k} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial A_i} \frac{\partial A_i}{\partial p_k}. \quad (24)$$

Funcția g este depinde liniar de A_1, \dots, A_n și, în consecință, derivatele $\frac{\partial g}{\partial A_i}$ sunt ușor de calculat.

În cazul unei probleme neliniare, calculul necunoscutei principale A nu se face prin rezolvarea unui singur sistem de tipul (20) ci a unei succesiuni de astfel de sisteme. Exploatarea metodei numerice se poate face și în acest caz, pentru detalierea calcului trebuie însă precizată metoda de tratare a neliniarității folosită, modelul matematic și numeric folosit.

Este detaliat apoi modul în care se integrează calculul sensibilităților în metodele polarizației și Newton aplicate modelului diferențial tratat cu metoda elementelor finite.

4.2 Sensitivitățile mărimilor derivate față de parametrii problemei de optimizare

Pentru mărimi locale derivate din A , de exemplu $B(A)$ sau $w(B)$ se pot imagina derivate înlănțuite care să reducă problema găsirii sensibilității lor la problema calculării sensibilității necunoscutei principale față de parametrul de optimizare:

$$\frac{\partial B}{\partial p_k} = \frac{\partial B}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial p_k}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial w}{\partial p_k} = \frac{\partial w}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial p_k}. \quad (26)$$

• Calculul sensibilității inducției magnetice

Presupunem că se cunoaște sensibilitatea potențialului magnetic vector într-o problemă plan-paralelă care a fost rezolvată cu metoda elementelor finite. Inducția magnetică într-un punct M din interiorul unui triunghi e este dată de relația

$$B^2(M) = \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2, \quad (27)$$

unde $A = \sum_{k=1}^3 A_k \Psi_k(x, y)$, A_1, A_2, A_3 fiind potențialele din vârfurile triunghiului e . Rezultă atunci că sensibilitatea inducției magnetice se calculează în funcție de sensibilitatea potențialului magnetic vector astfel:

$$\frac{\partial B}{\partial p}(M) = \frac{1}{B} \left(\sum_{k=1}^3 A_k \frac{\partial \Psi_k}{\partial y} \right) \left(\sum_{k=1}^3 \frac{\partial A_k}{\partial p} \frac{\partial \Psi_k}{\partial y} \right) + \frac{1}{B} \left(\sum_{k=1}^3 A_k \frac{\partial \Psi_k}{\partial x} \right) \left(\sum_{k=1}^3 \frac{\partial A_k}{\partial p} \frac{\partial \Psi_k}{\partial x} \right). \quad (28)$$

• Sensitivitatea fluxului magnetic

Fluxul magnetic printr-o suprafața deschisă se poate exprima cu ajutorul unei integrale pe o curbă închisă Γ (frontiera suprafeței deschise) din potențialul magnetic vector

$$\phi_{S_\Gamma} = \oint_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} \, dl. \quad (29)$$

Dacă curba Γ nu depinde de parametrul de optimizare atunci calculul sensibilității fluxului se reduce și în acest caz la calculul sensibilității potențialului deoarece

$$\frac{\partial \phi_{S_\Gamma}}{\partial p} = \oint_\Gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial p} \cdot \mathbf{n} \, dl. \quad (30)$$

În cazul în care sursele de câmp ale problemei sunt constituite exclusiv din bobine filiforme iar mărimea de interes este fluxul printr-o bobină, se poate deduce o formulă pentru sensibilitatea acestui flux cu ajutorul unei probleme adjuncte. În această situație formula (11) devine

$$\int_\Omega \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \, d\Omega = \sum_{k=1}^b \phi_k i_k, \quad (31)$$

unde b este numărul total de bobine, ϕ_k este fluxul total al bobinei k străbătută de curentul i_k .

Considerând trei probleme: problema inițială, problema perturbată și problema adjunctă, se ajunge similar ca în cazul relației (14) la relația

$$\int_\Omega (\hat{\mathbf{B}} \cdot \delta \mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}} \cdot \delta \mathbf{B}) \, d\Omega = \sum_{k=1}^b (\hat{\phi}_k \delta i_k - \hat{i}_k \delta \phi_k). \quad (32)$$

Alegând în problema adjunctă materiale liniare având permeabilitatea egală cu permeabilitatea dinamică a materialelor problemei inițiale și presupunând că parametrul de optimizare nu afectează curenții (deci perturbațiile δi_k sunt zero), relația (32) devine

$$\int_\Omega \hat{\mathbf{H}} \cdot \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial p} \delta p \, d\Omega = \sum_{k=1}^b \hat{i}_k \delta \phi_k. \quad (33)$$

Dacă în problema adjunctă presupunem doar bobina k străbătută de curentul $\hat{i}_k \neq 0$ (cu k fixat), restul curenților adjuncți fiind nuli, din relația (33) rezultă formula sensibilității fluxului

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial p} = \frac{1}{\hat{i}_k} \int_\Omega \hat{\mathbf{H}} \cdot \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial p} \, d\Omega \quad (34)$$

Deoarece p este un parametru geometric, formula (34) se reduce la o integrală pe interfața parametrizată de p . Sub integrală va apare saltul mărimii $\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{H}}$ în sensul creșterii lui p .

5 Algoritmi evoluționiști de optimizare pentru arhitecturi de calcul distribuite

Metodele deterministe de optimizare au marele dezavantaj că sunt capabile să găsească doar extreme locale, dependente de inițializare. Metodele de optimizare care urmăresc găsirea extremelor globale folosesc de aceea și alte tehnici (euristice) de căutare. În ultimul deceniu au fost folosiți tot mai mult algoritmi bazați pe modele biologice evoluționiste în

rezolvarea problemelor de optimizare din diferite domenii ⁷. Anexa D descrie principalele concepte, structura unui program de evoluție și principalele probleme legate de conceperea unor astfel de algoritmi. Teoria algoritmilor genetici (în care codificarea indivizilor se face binar) furnizează explicații pentru convergența acestor algoritmi către extreme globale. Se constată totuși că și pentru alte tipuri de reprezentări genetice programele de evoluție tind către ”mai bine”. Charles Darwin spunea în *Origin of Species*: ”As natural selection works solely by and for the good of each being, all corporeal and mental endowments will tend to progress toward perfection.”

Folosirea programelor bazate pe modele evoluționiste se poate aplica și în optimizarea dispozitivelor electromagnetice. De aceea, în cele ce urmează, vom descrie programul de evoluție folosit în optimizarea dispozitivelor descrise în capitolul al șaselea. Deoarece, în general, algoritmi evoluționiști sunt costisitori din punct de vedere al timpului de calcul, lucru și mai evident atunci când sunt folosiți în optimizarea dispozitivelor electromagnetice, am urmărit implementarea unor variante de algoritmi care să ruleze în paralel pe arhitecturi de calcul distribuite. Algoritmii implementați fac parte din categoria algoritmilor cu granularitate mare a paralelizării. Populația este divizată într-un număr (relativ mic) de subpopulații (insule) care evoluează în paralel și care schimbă din când în când informații (indivizi).

5.1 Descrierea algoritmului secvențial

Algoritmul evoluționist distribuit are la bază unul secvențial. Sunt descrise pe rând componentele principale ale algoritmului secvențial folosit.

Una din componentele principale ale unui program de evoluție este **reprezentarea genetică**, adică alegerea unei codificări potrivite pentru parametri de optimizare. Există mai multe posibilități de alegere a reprezentării genetice. Se consideră că majoritatea celor ce utilizează astfel de programe preferă reprezentări legate de problemă [6]. Astfel, dacă într-o problemă de optimizare de parametri este permisă o variație continuă a acestora, atunci pentru ei se adoptă ca reprezentare genetică un număr real pentru fiecare parametru. Dacă variația este discretă, atunci se preferă o codificare binară pentru fiecare parametru. În această din urmă situație, pentru ca doi vecini în așa numitul ”spațiu fenotip” (spațiul real) să fie vecini și în ”spațiul genotip” (spațiul reprezentării genetice), se preferă codificarea binară GRAY în care reprezentarea binară a două numere consecutive diferă printr-un singur bit.

Din acest motiv, deoarece în problemele studiate parametrii pot varia continuu între anumite limite, reprezentarea genetică aleasă pentru un individ este un vector de numere reale de dimensiune q (numărul total de variabile). Fiecare componentă a vectorului reprezintă o valoare posibilă pentru un anumit parametru de optimizare.

Dimensiunea populației (sau subpopulațiilor în cazul algoritmilor distribuiți) am considerat-o fixă. Vom nota această dimensiune cu POP_SIZE.

⁷Aceasta a impus apariția de curând (aprilie 1997) a primului număr al revistei *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. O căutare a cuvintelor cheie ”Evolutionary Computation” pe Internet generează o listă cu 80000 documente iar a cuvintelor cheie ”Genetic Algorithms” o listă cu 420000 documente.

Populația inițială este formată din indivizi diferiți, uniform repartizați în întreg domeniul de căutare (generat de limitele minime și maxime admise ale parametrilor). Mai întâi se partiționează domeniul în celule disjuncte și apoi se generează aleator în fiecare celulă câte un individ care să satisfacă restul restricțiilor (de tip inegalitate). Un astfel de individ va aparține populației inițiale.

Operatorii folosiți sunt:

Mutație uniformă. Acest operator se aplică unui singur părinte \mathbf{x} și produce un singur copil \mathbf{x}' . El este deci un operator unar. Operatorul selectează o componentă aleatoare $k \in \{1, 2, \dots, q\}$ a vectorului $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k, \dots, x_q)$ și produce un vector $\mathbf{x}' = (x_1, \dots, x'_k, \dots, x_q)$, unde x'_k este o valoare aleatoare (probabilitatea de distribuție fiind uniformă) în limitele domeniului ei. Acest operator joacă un rol important în fazele timpurii ale procesului de evoluție, permițând indivizilor să se miște în spațiul de căutare. Operatorul este esențial în algoritmi în care populația inițială constă în copii identice ale aceluiași individ ⁸. În fazele înaintate ale procesului de evoluție operatorul permite ieșirea din zona unui optim local.

Mutație pe frontieră. Acest operator se aplică de asemenea unui singur părinte \mathbf{x} și produce un singur copil \mathbf{x}' . El este o variantă a mutației uniforme, unde x'_k este una din cele doua limite ale domeniului pe care este definită variabila k . Operatorul este folosit în problemele de optimizare în care soluția optimă se află pe sau lângă frontiera spațiului de căutare. În consecință un astfel de operator nu are nici un sens în problemele fără restricții și în care limitele unei variabile sunt mari. El se dovedește a fi foarte folosit în prezența restricțiilor.

Mutație neuniformă. Mutația neuniformă este de asemenea un operator unar și ea este cea care asigură reglajul fin al căutării. Operatorul este definit astfel: pentru un părinte \mathbf{x} , dacă elementul x_k a fost selectat pentru această mutație, atunci rezultatul este $\mathbf{x}' = (x_1, \dots, x'_k, \dots, x_q)$ unde

$$x'_k = \begin{cases} x_k + \Delta(t, \text{right}(k) - x_k) & \text{daca un bit aleator este } 0 \\ x_k - \Delta(t, x_k - \text{left}(k)) & \text{daca un bit aleator este } 1. \end{cases} \quad (35)$$

În formula de mai sus “right(k)” și “left(k)” reprezintă domeniul variabilei x_k . Funcția $\Delta(t, y)$ întoarce o valoare în domeniul $[0, y]$ astfel încât probabilitatea ca $\Delta(t, y)$ să fie cât mai apropiată de 0 să crească pe măsură ce t crește, t fiind numărul generației curente. O astfel de definire a lui Δ face ca operatorul să exploreze inițial (atunci când t este mic) uniform domeniul de căutare și să facă o exploare locală atunci când t este mare. Iată un exemplu de astfel de funcție ⁹:

$$\Delta(t, y) = yr \left[1 - \left(\frac{t}{T} \right)^b \right], \quad (36)$$

unde r este un număr aleator între 0 și 1, T este numărul maxim de generații și b este un parametru care determină gradul de neuniformitate.

⁸De exemplu GENOCOP - program evoluționist ce poate fi găsit pe Internet la adresa <http://www.aic.nrl.navy.mil:80/galist/src>.

⁹folosită în GENOCOP

Încrucisare aritmetică. Încrucisarea aritmetică este un operator binar. Ea se aplică la doi părinți \mathbf{x}_1 și \mathbf{x}_2 . Din încrucisarea celor doi părinți rezultă doi copii \mathbf{x}'_1 și \mathbf{x}'_2 , fiecare din ei fiind o combinație liniară de cei doi părinți:

$$\mathbf{x}'_1 = a\mathbf{x}_1 + (1 - a)\mathbf{x}_2, \quad (37)$$

$$\mathbf{x}'_2 = a\mathbf{x}_2 + (1 - a)\mathbf{x}_1. \quad (38)$$

Parametrul a este o valoare aleatoare în intervalul $[0, 1]$. Într-un domeniu convex, cei doi copii vor fi întotdeauna în spațiul de căutare. S-a constatat de asemenea că un algoritm genetic care folosește și acest fel de încrucisare este mai stabil, deviația standard a celor mai bune soluții (obținute din mai multe rulări) fiind mai mică. Parametrul a s-ar putea determina prin optimizare unidimensională prin metode deterministe.

Încrucisare simplă. Încrucisarea simplă este de asemenea un operator binar. Doi părinți $\mathbf{x}_1 = (x_1, \dots, x_q)$ și $\mathbf{x}_2 = (y_1, \dots, y_q)$ sunt încrucisati la poziția k , copiii rezultați fiind $\mathbf{x}'_1 = (x_1, \dots, x_k, y_{k+1}, \dots, y_q)$ și $\mathbf{x}'_2 = (y_1, \dots, y_k, x_{k+1}, \dots, x_q)$. Un astfel de operator ar putea produce copii în afara spațiului de căutare. Pentru a evita acest lucru, se poate folosi proprietatea mulțimilor convexe și anume faptul că există $a \in [0, 1]$ astfel încât

$$\mathbf{x}'_1 = (x_1, \dots, x_k, y_{k+1}a + x_{k+1}(1 - a), \dots, y_qa + x_q(1 - a)) \quad (39)$$

și

$$\mathbf{x}'_2 = (y_1, \dots, y_k, x_{k+1}a + y_{k+1}(1 - a), \dots, x_qa + y_q(1 - a)) \quad (40)$$

să fie în spațiul de căutare. Problema care mai rămâne de rezolvat este să se găsească cea mai mare valoare a lui a , aceasta corespunzând celei mai mari cantități de informație schimbată. Cea mai simplă metodă de a face acest lucru este să se pornească cu $a = 1$ și, dacă cel puțin unul din copii nu este în spațiul de căutare, se descrește a de ρ ori s.a.m.d până când cei doi copii sunt în spațiul de căutare. Rezultatele numerice arată că un program fără încrucisare simplă este chiar mai puțin stabil decât un program fără încrucisare aritmetică.

Mutație neuniformă a tuturor genelor. Toate genele (componentele) părintelui căruia i se aplică acest operator suferă o mutație neuniformă de tipul celei descrise la operatorul mutație neuniformă.

Operatorii se aplică succesiv astfel: de P_1 ori mutația uniformă, de P_2 ori mutația pe frontieră, de P_3 ori mutația neuniformă, de P_4 ori încrucisarea aritmetică, de P_5 ori încrucisarea simplă și de P_6 ori mutația neuniformă a tuturor genelor.

În vederea **selecției părinților** pentru reproducere populația se ordonează astfel încât primul individ este cel mai bun și apoi urmează ceilalți în ordine descrescătoare. Pentru reproducere se selectează în mod independent $P = \sum_{i=1}^6 P_i$ cromozomi (nu neaparat distincți). Selecția se bazează pe poziția (rangul) unui cromozom în populație.

Cu ajutorul unui parametru $q \in (0, 1)$ se definește o funcție neliniară $\text{probab}(i) = q(1 - q)^{i-1}$, unde i este un întreg între 1 și dimensiunea populației, $i = 1$ corespunde celui mai bun individ și $i = \text{POP_SIZE}$ celui mai prost. Această funcție reprezintă probabilitatea ca un individ din poziția i să fie selectat la o singură selecție. Această schemă permite

utilizatorului să influențeze presiunea de selecție¹⁰.

Se calculează apoi probabilitățile cumulate $\text{cum_probab}(i) = \sum_{j=1}^i (\text{probab}(j))$. Procedul de selecție al părinților se bazează pe un proces asemănător ruletei. Roata ruletei se învârteste de P ori și de fiecare dată se selectează un individ (cromozom) pentru a fi părinte. La o rotație a roții ruletei: • se generează un număr real aleator $\text{random} \in [0, 1]$; • dacă $\text{random} < \text{cum_probab}(1)$ atunci primul cromozom va fi selectat drept părinte, altfel va fi selectat drept părinte primul cromozom (să zicem i) pentru care $\text{cum_probab}(i - 1) < \text{random} \leq \text{cum_probab}(i)$. Evident unii cromozomi vor fi selectați mai mult decât o dată pentru a deveni părinți. Cei mai buni cromozomi (cei având număr de ordine mic în populație) au șanse de a se reproduce de mai multe ori.

Selecția folosită este “on the fly” (din zbor): dacă un copil este mai bun decât părintele său el îl înlocuiește imediat, altfel nu este luat în considerare.

Algoritmul genetic (secvențial) folosit este următorul:

0. $t = 0$

1. inițializează $P(t)$

2. evaluează $P(t)$

3. ordonează $P(t)$

3. **repetă**

3.1. selectează P părinți

3.2. aplică de P_1 ori mutația uniformă (evaluează copii, înlocuiește sau nu părinți)

3.3. aplică de P_2 ori mutația pe frontieră (...)

3.4. aplică de P_3 ori mutația neuniformă

3.5. aplică de P_4 ori încrucișarea aritmetică

3.6. aplică de P_5 ori încrucișarea simplă

3.7. aplică de P_6 ori mutația neuniformă a tuturor genelor

3.8. ordonează $P(t + 1)$

3.6. $t = t + 1$

până când (este îndeplinită condiția de oprire)

Algoritmul se **oprește** dacă a fost depășit un număr maxim de iterații (generații) impus. Alte criterii de oprire întâlnite sunt: impunerea unui timp maxim de rulare, impunerea unui număr maxim de evaluări de funcții, testarea convergenței algoritmului genetic. Această din urmă condiție de oprire este mai delicată. În general, se consideră că algoritmul genetic a convers atunci când indivizii din populație sunt asemănători (se spune că populația a *degenerat*, și-a pierdut diversitatea), și în consecință încrucișarea lor nu mai are efect.

Se observă că un astfel de algoritm are foarte mulți parametri. Sarcina utilizatorului este deosebit de complicată. Alegerea parametrilor influențează succesul sau eșecul algoritmului evoluționist. Un mic studiu al influenței parametrilor asupra evoluției procesului

¹⁰ *Presiunea de selecție* se referă la gradul în care indivizii buni sunt favorizați: cu cât presiunea de selecție este mai mare, cu atât mai mult sunt favorizați indivizii mai buni să devină părinți. Rata de convergență a unui algoritm evoluționist este determinată în mare măsură de presiunea de selecție: cu cât aceasta este mai mare, cu atât rata de convergență crește. Dacă presiunea de selecție este prea mare, algoritmul ar putea converge către puncte sub-optimale.

de optimizare este prezentat în paragraful 5.4.3 al tezei. Soluția care se practică este aceea de a folosi un algoritm genetic (numit meta GA) care să optimizeze parametrii strategiei evoluționiste.

5.2 Algoritmi evoluționiști distribuiți

Algoritmul distribuit folosit face parte din categoria celor cu granularitate mare a paralelizării. Populația este divizată în mai multe subpopulații (insule) care evoluează în paralel, operatorii genetici fiind aplicați în cadrul fiecărei subpopulații în parte. Schimbul de informații între subpopulații se efectuează cu ajutorul unui operator de migrare.

Experiența a arătat că, în general, un algoritm evoluționist paralel care folosește migrația este mai bun și mai rapid decât un algoritm paralel care nu folosește migrația, acesta la rândul lui fiind mai rapid decât un algoritm evoluționist secvențial.

Iată care sunt parametrii specifici unui algoritm paralel ce folosește migrația. **Dimensiunea populației** este probabil parametrul care afectează cel mai tare performanța unui algoritm genetic. De aceea studiul algoritmilor paraleli trebuie să înceapă cu **dimensiunea subpopulațiilor**. Există de asemenea un **număr optim de subpopulații** (de o anumită dimensiune) care maximizează speedup-ul.

În ceea ce privește migrația, aceasta este controlată de următorii parametri: **topologia** care definește conexiunea între subpopulații, **rata de migrație** care controlează numărul de indivizi care migrează, **intervalul (frecvența) de migrației** care arată cât de des are loc migrația. Mai trebuie stabilite cum are loc **selecția indivizilor pentru migrare** (aleator, sau în funcție de calitatea lor) și **inserarea indivizilor în noua populație**.

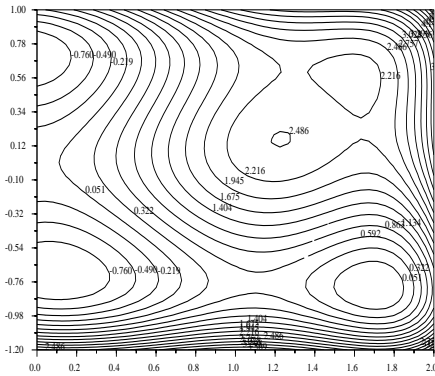


Figura 4: Harta funcției $C(x, y)$

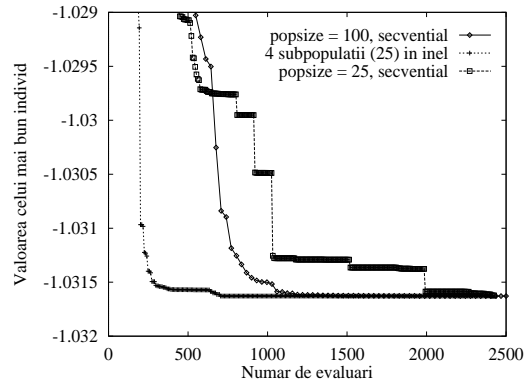


Figura 5: Evoluția celui mai bun individ: algoritmul secvențial față de cel distribuit

Algoritmul implementat a fost testat pe funcții analitice care au mai multe extreme. O astfel de funcție este funcția “six-hump camel back”, care are expresia

$$C(x, y) = \left(4 - 2.1x^2 + \frac{x^4}{3}\right)x^2 + xy + (-4 + 4y^2)y^2. \quad (41)$$

Pentru toți parametrii algoritmului au fost făcute teste numerice pentru a se observa influența lor asupra convergenței procesului de optimizare.

Figura 5 prezintă evoluțiile unui algoritm secvențial cu 100 indivizi, un algoritm distribuit în care 4 subpopulații de câte 25 de indivizi sunt conectate într-o topologie în inel și un algoritm secvențial cu 25 de indivizi. Este evident că algoritmul distribuit converge mult mai repede decât algoritmul secvențial cu 100 indivizi. Se observă că o populație care cooperează cu altele converge mult mai repede decât în cazul în care ar fi izolată (algoritmul secvențial cu 25 indivizi).

Mai mult, în cazul algoritmului distribuit nu s-a înregistrat nici un eșec, așa cum s-a întâmplat în cazul algoritmului secvențial cu 25 indivizi în subpopulație.

5.3 Algoritmi evoluționiști în optimizarea dispozitivelor electromagnetice

Funcții de test

Am văzut că alegerea parametrilor algoritmului evoluționist este deosebit de importantă. Testele numerice efectuate relevă faptul că valorile acestor parametri depind de funcția de test folosită. În cazul optimizării dispozitivelor electromagnetice, este posibil ca, pentru dispozitive complexe, evaluarea funcției obiectiv să fie costisitoare din punct de vedere al timpului de calcul. Dacă algoritmul de optimizare nu este adaptiv, atunci trebuie făcute mai multe teste, pentru valori diferite ale parametrilor. Dacă evaluarea funcției obiectiv durează mult (mult înseamnă chiar câteva minute), atunci toate aceste teste sunt foarte mari consumatoare de timp.

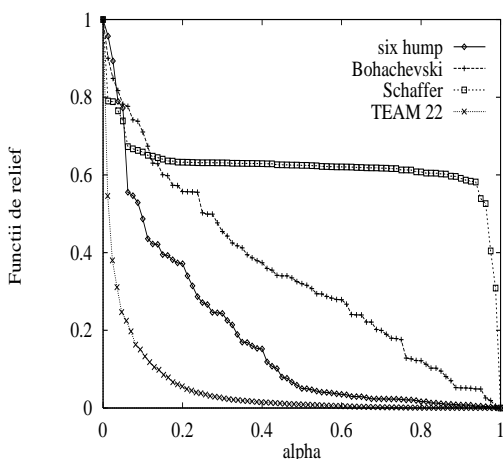


Figura 6: Funcții caracteristice de relief, mapate pe intervalul $[0,1]$

- Expresia funcției $f(\alpha)$ este

$$f(\alpha) = F_{\text{Int}(\alpha n)}. \quad (42)$$

De aceea, pentru a acorda parametrii algoritmului folosit pentru optimizare, propunem să se folosească în loc de funcția obiectiv F , o funcție de test F' , cu o expresie foarte simplă. O astfel de funcție trebuie să aibă același număr de parametri ca și F și să aibă un relief asemănător cu cel al funcției F .

Pentru definirea unei astfel de funcții de test, definim o funcție auxiliară $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ce caracterizează relieful funcției F , astfel:

- Funcția obiectiv F este evaluată în $n+1$ puncte $\mathbf{x}_k (k = 0, \dots, n)$ din domeniul de căutare;
- Cele $n+1$ valori $F_k = F(\mathbf{x}_k)$ sunt sortate descrescător, iar șirul \mathbf{x}_k se renumerează. Fie $F_M = F(\mathbf{x}_0)$ cea mai mare valoare găsită și $F_m = F(\mathbf{x}_n)$ cea mai mică;

Funcția f este o funcție în trepte, monoton descrescătoare de la F_M la F_m . De asemenea, atunci când n tinde la infinit, $(\forall)\alpha_1, \alpha_2 \in [0, 1]$ cu $\alpha_1 < \alpha_2$, diferența $\alpha_2 - \alpha_1$ reprezintă probabilitatea de a găsi în domeniul de căutare \mathcal{D} o valoare pentru F în intervalul $[f(\alpha_2), f(\alpha_1)]$. De aceea vom numi funcția f **funcția caracteristică a reliefului** funcției F .

Figura 6 prezintă funcțiile caracteristice reliefulor a trei funcții de test binecunoscute: funcția “six-hump”, funcția Bohachevsky și funcția lui Schaffer precum și funcția caracteristică reliefului problemei TEAM Workshop 22 (cazul cu 3 parametri).

Să considerăm l “puncte esențiale” ale graficului lui f . Prin aceasta înțelegem o mulțime de l puncte din care *funcția caracteristică a reliefului* poate fi reconstruită cu o eroare impusă (de exemplu prin interpolare liniară pe porțiuni). De exemplu, dacă $l = 3$ putem lua α egal cu 0, 0.5 și respectiv 1. Valorile F_k și punctele corespunzătoare $\mathbf{x}_k, k = 1, l$ reprezintă “puncte esențiale” în relieful funcției F . Utilizând aceste puncte, se construiește următoarea **funcție de test**:

$$F'(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^l f_k \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^l \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^2}{\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j\|^2}. \quad (43)$$

Funcția de test are următoarele proprietăți:

- F și F' au același număr de variabile q ;
- F' este o interpolare în l puncte a funcției obiectiv F ;
- Efortul de calcul necesar evaluării funcției de test F' este mult mai mic decât pentru F ;
- F' și F au același minim global când $n \rightarrow \infty$.

Pe scurt, F' este o aproximare pentru F , ambele funcții având aceleași valori în $\mathbf{x}_k, k = 1, l$. De aceea, adăugarea în lista punctelor esențiale a ultimelor puncte din lista sortată ameliorează aproximarea din vecinătatea minimului.

Strategie de control optimal

Presupunând că algoritmul evoluționist are parametrii potriviți pentru problema de rezolvat, dacă evaluarea funcției obiectiv este costisitoare, algoritmul ar putea dura foarte mult (numărul de evaluări de funcții fiind cel puțin de ordinul miilor). În vederea reducerii timpului de calcul, propunem ca acuratețea evaluării funcției obiectiv să crească treptat în timpul algoritmului de optimizare. Pentru stabilirea strategiei de control a acurateții vom folosi de asemenea funcția de test F' .

Vom aborda problemele de optimizare a dispozitivelor electromagnetice în felul următor:

• Pasul 1 - Construirea funcției de test.

1.1. Funcția caracteristică a reliefului. Funcția obiectiv F este evaluată în $n = 2^q$ puncte (nu mai puțin de 20), împrăștiate aleator în întreg domeniul de căutare. Cu aceste informații se construiește funcția caracteristică a reliefului f ca în relația (42).

1.2. Funcția de test. Alegând l puncte esențiale din funcția caracteristică a reliefului (recomandăm $l \leq q + 1$), funcția de test F' se construiește ca în relația (43).

• Pasul 2 - Acordarea algoritmului de optimizare.

Parametrii algoritmului de optimizare se determină făcând teste pe funcția F' .

• **Pasul 3 - Strategia de control optimal.**

3.1. *Stabilirea unei relații între timpul necesar evaluării funcției obiectiv și acuratețe.* Într-un punct arbitrar \mathbf{x} din domeniul de căutare funcția obiectiv F este evaluată pentru diferite grade de finețe a rețelei de discretizare $j = 1, j_m$ (recomandăm $j_m \leq 6$) și se contorizează timpii de calcul T_j . Se evaluează erorile de discretizare ε_j ale funcției F . Se face o regresie a datelor obținute din ierarhia de discretizări și, aproximând relația dintre timpul de calcul și acuratețe ca fiind $T = C\varepsilon^{-m}$, se determină constantele C și m .

3.2. *Strategia de control a preciziei.* Considerând k generația curentă, se deduce variația $\varepsilon(k)$ pentru a obține timpul minim echivalent pentru minimizarea funcției F' . Se simulează pierderea de acuratețe în evaluarea funcției F' , iar timpul echivalent de calcul se calculează cu relația $T = C\varepsilon^{-m}$. Funcția $\varepsilon(k)$ trebuie să aibă valori suficient de mici la terminarea algoritmului.

• **Pasul 4 - Optimizarea finală.**

Se rezolvă problema reală. Funcția F se optimizează cu algoritmul stocastic având parametrii obținuți la pasul 2, acuratețea evaluării funcției obiectiv fiind crescută treptat în timpul algoritmului de optimizare, conform strategiei de control optimal stabilită la pasul 3. Populația inițială este cea folosită la pasul 1.

5.4 Concluzii

Algoritmii evoluționiști sunt capabili, în general, să găsească soluții bune într-un timp rezonabil. Deoarece ei încep să fie aplicați la probleme din ce în ce mai dificile (printre care și optimizarea dispozitivelor electromagnetice), există o creștere a timpului necesar găsirii soluției adecvate. De aceea, s-au făcut multiple eforturi pentru a face algoritmii genetici mai rapizi, și una dintre cele mai promițătoare alegeri constă în utilizarea implementărilor paralele.

Algoritmul de bază al unei implementări paralele este un algoritm evoluționist secvențial. Pentru acesta trebuie stabiliți: *mecanismul de selecție* - care identifică cei mai potriviți indivizi pentru a fi părinți, *operatori de încrucișare* - operatori primari ce explorează spațiul de căutare, *operatori de mutație* - care asigură diversitatea populației. O decizie deosebit de importantă o constituie alegerea *dimensiunii populației*. Goldberg afirmă că timpul cerut de un algoritm genetic să converge este $O(n \log(n))$ evaluări de funcții, unde n este dimensiunea populației. Se spune că o populație a convers atunci când toți indivizii sunt asemănători și o viitoare îmbunătățire este posibilă doar printr-o mutație. Algoritmii evoluționiști nu garantează găsirea soluției optime, dar cu cât n crește, cu atât șansa de a găsi soluția globală este mai mare (într-un timp mai mare). Cu un algoritm secvențial se pot obține rezultate bune și de încredere într-un timp mare. Reducerea timpului se face pe seama pierderii încrederii în rezultat.

În general sunt dificil de găsit parametrii potriviți pentru un algoritm evoluționist, toate teoriile dezvoltate până acum referindu-se exclusiv la cazul algoritmilor genetici, în care codificarea indivizilor se face binar. Stabilirea lor se face mai ales după fler și intuiție. A început însă să se practice folosirea unor parametri adaptivi. Se folosește un meta-algoritm genetic care optimizează parametrii ce se aplică algoritmului evoluționist principal.

Spre deosebire de implementările secvențiale, cele paralele pot găsi repede rezultate în care se poate avea încredere. Cea mai populară implementare este aceea care constă în mai multe subpopulații care evoluează separat și schimbă, ocazional, indivizi. Acest tip de implementare se numește cu granularitate mare, sau implementare distribuită (deoarece, de cele mai multe ori, este implementată într-o arhitectură distribuită de calculatoare, de tip MIMD). Implementările paralele ale modelului migrației au arătat că găsirea soluției globale are nevoie de mai puține evaluări de funcții decât un algoritm cu o singură populație. Astfel, cu algoritmi distribuiți, pentru orice funcție testată au fost obținute rezultate mai bune decât pentru o singură populație cu proporțional mai mulți indivizi.

Algoritmii evoluționiști paraleli sunt foarte complecși și există multe probleme încă nerezolvate, de exemplu: care este rata de migrație optimă; care este topologia de comunicație adecvată care să permită amestecarea soluțiilor bune, dar care să nu ducă la costuri de comunicație excesive; care este numărul de subpopulații (și dimensiunea lor) care maximizează încrederea în rezultat?

Cele mai recente studii au arătat că îmbunătățirea drastică a unui algoritm evoluționist secvențial se face folosind: implementari paralele; selecție de tip turneu; niching; elitism.

Cea mai importantă concluzie este aceea că un algoritm distribuit, în care subpopulațiile schimbă informații, se comportă mai bine decât un algoritm secvențial cu o populație mai mare. Există o valoare critică pentru numărul de subpopulații cât și pentru perioada migrației. Topologia se pare că nu contează prea mult la un număr mic de insule.

Dacă algoritmul nu este adaptiv, un sfat unanim acceptat, este acela că, în vederea creșterii încrederii în rezultate, un algoritm stocastic trebuie executat de mai multe ori (pentru aceeași parametri), și de asemenea cu mai multe seturi de parametri. În cazul aplicării unor astfel de algoritmi la optimizarea dispozitivelor electromagnetice, problema cea mai mare este legată de durata evaluării funcției obiectiv. Dacă aceasta este mare, toate aceste teste sunt foarte mari consumatoare de timp. De aceea, se obișnuiește să se folosească funcții de test cunoscute, cu o expresie algebrică simplă. Acest capitol propune construirea unor funcții de test adaptate problemei de rezolvat pentru determinarea parametrilor algoritmului.

Chiar și așa, cu parametri corecți, un algoritm evoluționist aplicat optimizării unui dispozitiv electromagnetic poate dura foarte mult. Deoarece la începutul algoritmului se explorează spațiul de căutare, calculul foarte precis al funcției obiectiv nu este folositor. De aceea, am propus o strategie în care precizia evaluării funcției obiectiv crește pe parcursul algoritmului, astfel încât, la terminarea acestuia, funcția obiectiv este evaluată foarte precis. O astfel de abordare este folosită în optimizarea dispozitivelor electromagnetice prezentate în capitolul 6.

6 Rezultate privind optimizarea dispozitivelor electromagnetice

6.1 Problema TEAM 22

Problema TEAM Workshop 22 constă în optimizarea unui dispozitiv SMES¹¹. Dispozitivele SMES sunt dispozitive care stochează energia în câmpuri magnetice. În principiu ele sunt construite din bobine realizate din materiale supraconductoare. Bobinele sunt alimentate printr-un comutator de la un convertizor de putere, după care comutatorul se deschide simultan cu scurtcircuitarea bornelor bobinelor. Curentul circulă în bobine fără a scădea în timp datorită rezistenței nule a supraconductoarelor. Astfel de dispozitive pot fi folosite pentru stabilizarea fluctuațiilor de putere în sistemele energetice.

Există două tipuri diferite de bobine folosite în dispozitivele SMES: solenoizii și toroizii. Tehnica de realizare a unei bobine solenoidale este foarte simplă, în timp ce realizarea unei bobine toroidale este mult mai sofisticată și necesită o cantitate de material supraconductor aproape de două ori mai mare. Avantajul unei bobine toroidale constă în faptul că, datorită geometriei sale, câmpul magnetic în spațiul înconjurător este practic nul. Acest rezultat este valabil în cazul în care bobina toroidală este înfășurată perfect, lucru care nu se realizează în practică deoarece toroizii sunt construiți din mai mulți solenoizi plasați pe o formă de tor. Cu toate acestea, un astfel de toroid produce un câmp magnetic la mare depărtare de el mult mai mic decât câmpul magnetic produs de un singur solenoid.

Problema TEAM 22 constă într-o configurație SMES care are doi solenoizi prin care trec curenți de sensuri opuse. În acest fel câmpul de dispersie în cazul folosirii a doi solenoizi este mai mic decât câmpul de dispersie al unui singur solenoid. Această construcție simulează câmpul magnetic al unui quadripol care scade (la depărtare) cu puterea a 5-a a razei, spre deosebire de câmpul magnetic al unui solenoid (un dipol magnetic) care scade la depărtare cu puterea a 3-a a razei. Desigur, această construcție consumă mai mult material decât un singur solenoid, avantajul economiei de material (fața de cazul toroidului) nemaifiind semnificativ. Totuși, construcția cu solenoizi este mult mai simplă din punct de vedere tehnologic[1].

6.1.1 Prezentarea problemei

Un dispozitiv SMES (figura 7) trebuie optimizat astfel încât să fie atinse următoarele obiective: • energia magnetică stocată în dispozitiv să fie 180 MJ; • câmpul magnetic trebuie să satisfacă condiția fizică ce garantează supraconductibilitatea; • câmpul de dispersie (măsurat la o distanța de 10 metri de dispozitiv) să fie cât mai mic posibil.

Problema are 8 parametri ($R_1, R_2, h_1/2, h_2/2, d_1, d_2, J_1, J_2$) care au anumite restricții de domeniu impuse.

Condiția care asigură faptul că bobinele nu își pierd starea supraconductoare (“quench condition”) constă într-o relație între modulul densității de curent și valoarea maximă

¹¹Superconducting Magnetic Energy Storage

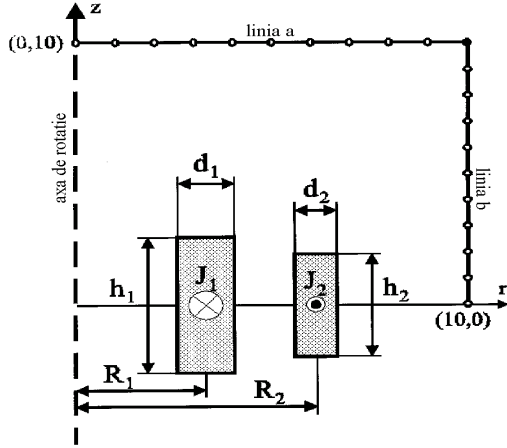


Figura 7: Dispozitiv SMES cu doi solenoizi

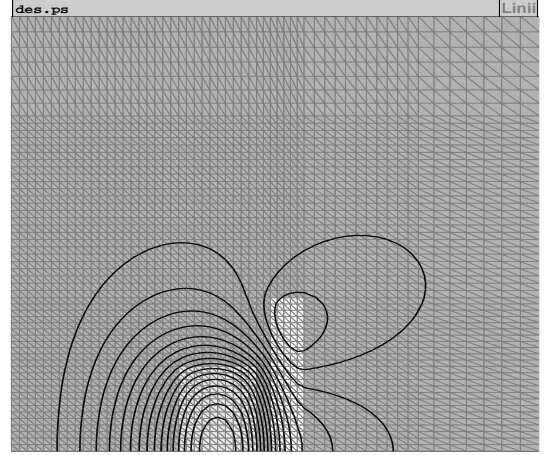


Figura 8: Linii de câmp pentru o discretizare fină

a modului inducției magnetice $|B|$ în bobine. Ecuația (44) reprezintă o aproximare a acestei condiții.

$$|\mathbf{J}| = (-6.4|\mathbf{B}|_{\max} + 54.0) \text{ A/mm}^2. \quad (44)$$

Funcția obiectiv propusă este

$$F = \frac{B_{\text{stray}}^2}{B_{\text{norm}}^2} + \frac{|E - E_{\text{ref}}|}{E_{\text{ref}}}, \quad (45)$$

unde $E_{\text{ref}} = 180 \text{ MJ}$, $B_{\text{norm}} = 2.0 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ și

$$B_{\text{stray}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{22} |B_{\text{stray}_i}|^2}{22}. \quad (46)$$

Valoarea B_{stray}^2 este obținută după evaluarea câmpului în 22 de puncte echidistante de pe liniile a și b (figura 7).

6.1.2 Evaluarea funcției de cost

Pentru evaluarea funcției de cost a fost testată metoda elementelor finite în două variante. O variantă folosește potențialul modificat $A^* = Ar$ iar cealaltă utilizează $A^* = A/\sqrt{r}$. Nici una din metode nu s-a dovedit a fi satisfăcătoare deoarece timpul necesar evaluării funcției obiectiv a fost foarte mare (15 minute), iar acuratețea evaluării funcției obiectiv era mică datorită impreciziei în evaluarea mărimilor locale de câmp, valorile acestor mărimi neputând fi îmbunătățite prin creșterea fineții rețelei de discretizare.

Metoda de rezolvare adoptată se bazează pe utilizarea formulelor Biot-Savart-Laplace. Metoda este prezentată în detaliu în [33]. Mai mult, pentru o anumită configurație geometrică, se pot determina prin minimizare pătratică curenții pentru care energia are valoarea de 180 MJ [20], astfel încât problema de optimizare a fost reformulată ca o problemă cu 6 parametri și anume doar parametrii geometrici.

6.1.3 Utilizarea strategiei evoluționiste pentru optimizarea propriu-zisă

Programul evoluționist descris în capitolul 5 a fost folosit pentru optimizarea propriu-zisă a acestei probleme.

Drept primă referință vom considera soluția obținută de echipa din Graz și anume: $R_1 = 1.5703$ m, $R_2 = 2.0999$ m, $h_1/2 = 0.7846$ m, $h_2/2 = 1.4184$ m, $d_1 = 0.5942$ m, $d_2 = 0.2562$ m, $J_1 = 17.3367$ MA/m², $J_2 = -12.5738$ MA/m². Autorii raportează pentru această configurație valorile: $E = 179.9924$ MJ, $B_{\text{stray}}^2 = 2.1913 \cdot 10^{-10}$ T², $F = 5.5203 \cdot 10^{-3}$.

Cea mai bună configurație pe care am găsit-o folosind algoritmul evoluționist descris în capitolul anterior¹²este:

$R_1 = 1.382670$ m	$R_2 = 1.900561$ m
$h_1/2 = 1.0894420$ m	$h_2/2 = 1.561662$ m
$d_1 = 0.451645$ m	$d_2 = 0.172104$ m
$J_1 = 19.3324$ MA/m ²	$J_2 = -18.8948$ MA/m ²
$E = 180$ MJ	$B_{\text{stray}}^2 = 1.0828 \cdot 10^{-10}$ T ²
$F = 2.707 \cdot 10^{-3}$	

Tratarea condiției de quench se face foarte dur: crearea populației inițiale se face astfel încât toți indivizii să satisfacă această condiție, iar copiii care nu satisfac această condiție nu sunt luați în considerare¹³.

Pentru alegerea parametrilor s-au efectuat teste similare celor prezentate în capitolul 5. Am constatat că, dacă algoritmul nu durează suficient de mult, valoarea finală găsită s-ar putea să nu aibă curenții în domeniul impus. De aceea, o altă variantă a algoritmului penalizează și indivizii pentru care nu rezultă curenți în domeniul impus de valori, penalizarea făcându-se similar ca la condiția de quench.

Din punct de vedere al calității soluției găsite, funcția obiectiv fără penalizare suplimentară generează soluții mai bune (în medie funcția obiectiv găsită este $3.52 \cdot 10^{-3}$ față de $6.49 \cdot 10^{-3}$ cât este în cazul cu penalizare suplimentară).

Calculul diferențelor relative față de situația de referință scoate în evidență alte aspecte. **Problema este prost condiționată.** Perturbații mici în date duc la perturbații mari ale funcției obiectiv. De exemplu diferențele relative ale parametrilor testului A.6 sunt sub 15% față de testul de referință B.9 iar funcția obiectiv are o diferență relativă de 80 %. În testul B.10 parametrii sunt la o diferență relativă de maxim 21 % iar funcția obiectiv este la o diferență relativă de 103 %. De asemenea valori bune ale funcției obiectiv (testul B.8) pot fi relativ departe (cel puțin pentru anumiți parametri) de punctul de referință. Această proastă condiționare se reflectă și în dispersiile rezultatelor celor 10 rulări, dispersiile parametrilor fiind întotdeauna mai mici decât dispersia funcției obiectiv.

¹²Această configurație pare mai bună decât configurația Graz. Pentru siguranță ar trebui ca echipa de la Graz să valideze acest lucru.

¹³Acest stil de tratare a unei restricții se întâlnește sub numele de “death penalty”.

În concluzie, rezultatele în cazul fără penalizare suplimentară(B) sunt mult mai bune decât cele în care configurațiile cu valori nepermise ale curenților sunt rejectate. Este de altfel recunoscut că un algoritm genetic în care valoarea funcția obiectiv este penalizată dacă nu sunt îndeplinite anumite restricții are șanse să găsească un optim mai bun decât un algoritm care practică “pedeapsa cu moartea”. Indivizi mai slabi din punct de vedere genetic pot produce “supercopii” mai degrabă decât indivizi buni, dar nu excepționali.

Concluzia finală este aceea că pentru o astfel de problemă prost condiționată este necesar cel puțin un algoritm genetic adaptiv. Un algoritm genetic care să folosească tehnici de niching ar fi poate mult mai potrivit iar calculul sensibilităților devine obligatoriu.

6.1.4 Calculul sensibilităților

Funcția de cost se calculează cu relația

$$F = \frac{1}{22B_{\text{norm}}^2} \sum_{i=1}^{22} (B_{r_i}^2 + B_{z_i}^2) + \frac{1}{E_{\text{ref}}} |E - E_{\text{ref}}|. \quad (47)$$

Derivata funcției F în raport cu unul din parametrii de optimizat p va fi

$$\frac{\partial F}{\partial p} = \frac{1}{11B_{\text{norm}}^2} \sum_{i=1}^{22} \left(\mathbf{B}_i \cdot \frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial p} \right) + \frac{1}{E_{\text{ref}}} \text{sgn}(E - E_{\text{ref}}) \frac{\partial E}{\partial p}. \quad (48)$$

Pentru calculul sensibilităților, termenii care trebuie evaluați sunt: $\frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial p}$, $\frac{\partial E}{\partial p}$. În lucrare se deduc formulele sensibilităților inducției magnetice și energiei la fiecare din cei 8 parametri de optimizare. Se ține cont de faptul că evaluarea sensibilităților se face după evaluarea funcției de cost, și de aceea vom exprima, pe cât posibil, formulele sensibilităților în funcție de mărimi deja calculate.

Pentru această problemă, sensibilitățile se pot calcula mai simplu, fără a folosi metodele prezentate în capitolul 4.

Problema constă în distribuții de curent aflate în aer și în consecință potențialul magnetic vector \mathbf{A} și inducția magnetică \mathbf{B} se pot exprima cu ajutorul formulelor Biot-Savart-Laplace (BSL):

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathcal{V}} \frac{\mathbf{J}}{R} dv, \quad (49)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathcal{V}} \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{R}}{R^3} dv. \quad (50)$$

În cazul axisimetric studiat $\mathbf{A} = \mathbf{u}_\theta A$ unde $A = A(r, z)$, $\mathbf{J} = \mathbf{u}_\theta J$ unde J este constant în fiecare din cei doi solenoidi, iar elementul de volum este $dv = r d\theta dr dz$. Formulele BSL se pot scrie mai detaliat astfel:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 J_1}{4\pi} \int_{R_1 - \frac{d_1}{2}}^{R_1 + \frac{d_1}{2}} \int_{-\frac{h_1}{2}}^{\frac{h_1}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{\mathbf{u}_\theta r}{R} d\theta dz dr + \frac{\mu_0 J_2}{4\pi} \int_{R_2 - \frac{d_2}{2}}^{R_2 + \frac{d_2}{2}} \int_{-\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{\mathbf{u}_\theta r}{R} d\theta dz dr, \quad (51)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 J_1}{4\pi} \int_{R_1 - \frac{d_1}{2}}^{R_1 + \frac{d_1}{2}} \int_{-\frac{h_1}{2}}^{\frac{h_1}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{\mathbf{u}_\theta \times \mathbf{R}}{R^3} r d\theta dz dr + \frac{\mu_0 J_2}{4\pi} \int_{R_2 - \frac{d_2}{2}}^{R_2 + \frac{d_2}{2}} \int_{-\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{\mathbf{u}_\theta \times \mathbf{R}}{R^3} r d\theta dz dr. \quad (52)$$

Energia din domeniu se poate calcula prin integrarea pe domeniile străbătute de curenți a mărimii $\mathbf{A} \cdot \mathbf{J}/2 = AJ/2$:

$$E = \pi J_1 \int_{R_1 - \frac{d_1}{2}}^{R_1 + \frac{d_1}{2}} \int_{-\frac{h_1}{2}}^{\frac{h_1}{2}} Ar \, dr dz + \pi J_2 \int_{R_2 - \frac{d_2}{2}}^{R_2 + \frac{d_2}{2}} \int_{-\frac{h_2}{2}}^{\frac{h_2}{2}} Ar \, dr dz. \quad (53)$$

Mai sunt utile următoarele formule pentru calculul componentelor vectorului inducției magnetice:

$$B_z(r, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA), \quad (54)$$

$$B_r(r, z) = -\frac{\partial A}{\partial z}. \quad (55)$$

În calculul sensibilităților acestei probleme sunt utile formulele prezentate în tabelul 6.12 (a căror demonstrație poate fi găsită de exemplu în [13]).

$F(x)$	$F'(x)$
$F(x) = \int_{\Psi_1(x)}^{\Psi_2(x)} f(x, y) \, dy \Rightarrow$	$F'(x) = \int_{\Psi_1(x)}^{\Psi_2(x)} \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \, dy -$ $-\Psi_1'(x)f(x, \Psi_1(x)) + \Psi_2'(x)f(x, \Psi_2(x))$
$F(x) = \int_{\Psi_1(x)}^{\Psi_2(x)} f(y) \, dy \Rightarrow$	$F'(x) = -\Psi_1'(x)f(\Psi_1(x)) + \Psi_2'(x)f(\Psi_2(x))$

Tabelul 1: Formule utile pentru derivarea integralelor

Concluzii: Calculul sensibilităților inducției magnetice față de parametrii geometrici presupune efectuarea de integrale unidimensionale din integranzi care presupun evaluări de funcții eliptice. Calculul sensibilităților energiei față de parametrii geometrici presupune efectuarea de integrale tridimensionale din integranzi care presupun evaluări de funcții eliptice.

6.2 Problema TEAM 25

Problema TEAM 25 constă în optimizarea formei unei matrițe cu electromagnet, folosită pentru orientarea pulberilor magnetice în procesul de sinterizare a pieselor polare pentru micromașini. Matrița și electromagnetul sunt confecționate din oțel, forma matriței fiind astfel realizată încât să se genereze un câmp magnetic radial într-o cavitate ce va fi umplută cu pulberea magnetică [30].

6.2.1 Prezentarea problemei

Figura 9 reprezintă o secțiune transversală a matriței cu electromagnet, iar figura 10 prezintă un detaliu în zona de interes. Matrița trebuie optimizată pentru două valori ale solenațiilor bobinelor: 4253 amperi-spiră și respectiv 17500 amperi-spiră astfel încât câmpul magnetic în cavitate (de-a lungul curbei e-f din figura 10) să fie orientat radial

și să aibă următoarele valori: • în cazul solenației mici (4253 amperi-spiră) $B_x = 0.35 \cos \theta$ [T], $B_y = 0.35 \sin \theta$ [T]; • în cazul solenației mari (17500 amperi-spiră) $B_x = 1.5 \cos \theta$ [T], $B_y = 1.5 \sin \theta$ [T].

Analizele preliminare făcute la curenți mici arată că distribuția de câmp cerută poate fi obținută (cu eroare acceptabilă) adoptând pentru matriță o formă obținută printr-o combinație de linie dreaptă, cerc și elipsă. Matrița este alcătuită din două părți, numite forme. Forma interioară a matriței este presupusă a fi un cerc de rază R_1 . Partea dinspre interior a formei exterioare este reprezentată de o elipsă de semiaxe L_2 și L_3 și o linie paralelă cu axa x, ca în figura 10.

Variabilele de proiectare sunt: R_1 - raza formei interioare, L_2 - axa lungă a elipsei, L_3 - axa scurtă a elipsei, L_4 - lungimea pintenului formei exterioare. Proiectatul are libertatea să aleagă și alte parametrizări ale curbei g-h a formei interioare și ale curbei i-j-k-m corespunzătoare formei exterioare. Se constată că la curenți mari, dacă forma interioară și cea exterioară sunt reprezentate prin cerc și elipsă rezultatele nu sunt satisfăcătoare. Matrița și electromagnetul sunt din oțel, având curba de magnetizare neliniară.

Problema are 4 parametri (R_1, L_2, L_3, L_4) care pot varia continuu între anumite limite impuse.

Funcția obiectiv propusă este

$$F = \sum_{i=1}^n [(B_{xp_i} - B_{xoi})^2 + (B_{yp_i} - B_{yoi})^2]. \quad (56)$$

Indicii p și o se referă la valorile calculate, respectiv la valorile specificate. Se consideră $n = 10$ puncte situate pe curba e-f (un arc de cerc de rază 11.75 mm, conform figurii 10), în punctele corespunzătoare unghiurilor de: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 și respectiv 45 de grade.

Se cere de asemenea calculul erorii maxime ε_{Bmax} a modulului și eroarea maximă $\varepsilon_{\theta max}$ a unghiului inducției magnetice, definite astfel:

$$\varepsilon_{Bmax} = \max_{1 \leq i \leq n} \left| \frac{B_{p_i} - B_{o_i}}{B_{o_i}} \right|, \quad (57)$$

$$\varepsilon_{\theta max} = \max_{1 \leq i \leq n} |\theta_{B_{p_i}} - \theta_{B_{o_i}}|. \quad (58)$$

Autorii acestei probleme au realizat experimental două astfel de matrițe, pentru care au măsurat valorile inducției în punctele specificate. Aceste rezultate experimentale sunt prezentate în [31].

6.2.2 Evaluarea funcției de cost

Rezolvarea problemei de câmp cu metoda elementelor finite prezentată în capitolul 3 nu este satisfăcătoare din cauza timpului de calcul inacceptabil de mare pentru includerea într-o problemă de optimizare (8 minute pentru evaluarea funcției obiectiv, așa cum rezultă din testul 4 din capitolul 3). De aceea, am încercat o altă metodă de rezolvare a problemei neliniare de câmp.

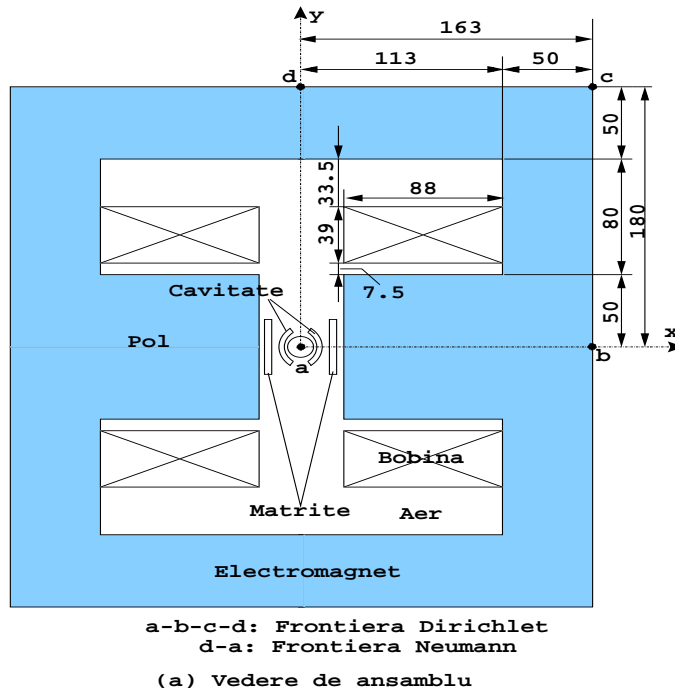


Figura 9: Matriță cu electromagnet

Se propune utilizarea metodei polarizației cu permeabilitatea de calcul egală cu permeabilitatea vidului, metodă bazată pe algoritmul:

1. inițializează \mathbf{I}

2. repetă

2.1. calculează câmpul pentru problema liniară:

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}, \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{I}, \text{ cu } \mathbf{I} \text{ fixat}$$

2.2. corectează polarizația $\mathbf{I} = \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{h}(\mathbf{B})$

până când (diferența între două polarizații succesive devine suficient de mică)

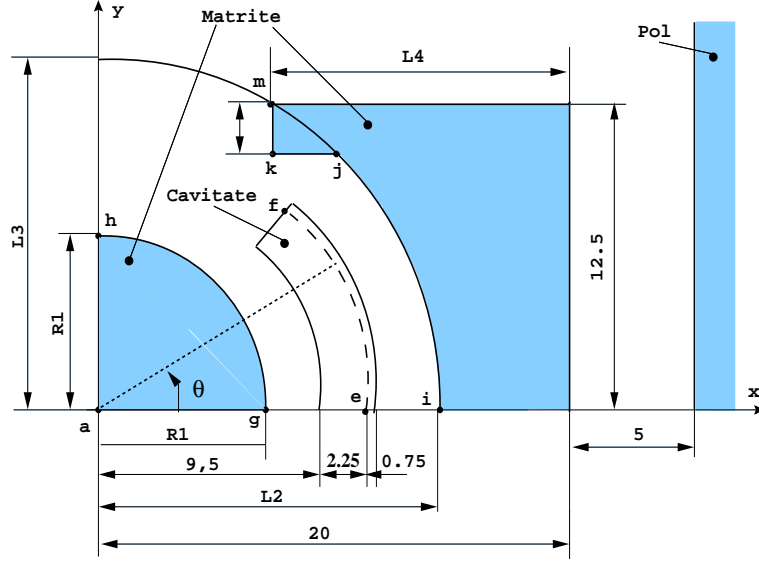
În algoritmul de mai sus h reprezintă dependența neliniară $H = h(B)$. Pe parcursul algoritmului polarizația magnetică I va fi diferită de zero doar în domeniile feromagnetice.

Problema liniară care trebuie rezolvată la pasul 2.1 este echivalentă din punct de vedere al inducției magnetice \mathbf{B} cu rezolvarea problemei:

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \operatorname{rot} \mathbf{H}_1 = \mathbf{J} + \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \mathbf{I}, \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}_1, \quad (59)$$

adică cu o problemă omogenă (în care permeabilitatea este μ_0 peste tot), dar în care în loc de materialul neliniar există o distribuție de curenți cu densitatea de volum $\mathbf{J}_e = \operatorname{rot} \mathbf{I} / \mu_0$. Problema liniară fiind omogenă, pentru rezolvarea ei se poate aplica formularea integrală.

Soluția problemei (59) poate fi obținută prin superpoziția $\mathbf{B} = \mathbf{B}_S + \mathbf{B}_I$, unde \mathbf{B}_S reprezintă câmpul magnetic dat de curenții impuși (din bobine) \mathbf{J} , iar \mathbf{B}_I reprezintă câmpul magnetic dat de polarizațiile magnetice \mathbf{I} .



(b) Detaliu

Figura 10: Detaliu în zona de interes

Singurele domenii care trebuie discretizate sunt doar domeniile feromagnetice. Aceste domenii vor fi împărțite în elemente în care polarizația \mathbf{I} este presupusă constantă. Pentru a asigura convergența procedurii iterative corecția polarizației în fiecare element trebuie făcută în funcție de valoarea medie a componentei \mathbf{B}_I din element [18]. Factorul de contracție se poate calcula cu formula

$$\theta = 1 - \frac{\mu_0}{\mu_{\max}} = 1 - \frac{4\pi 10^{-7}}{0.11/140} = 0.9984, \quad (60)$$

iar eroarea față de soluția exactă se poate evalua cu formula:

$$\|\mathbf{B}^* - \mathbf{B}^n\|_{\nu} \leq \frac{1}{1 - \theta} \|\mathbf{I}^n - \mathbf{I}^{n-1}\|_{\nu} \approx 625 \|\mathbf{I}^n - \mathbf{I}^{n-1}\|_{\nu}. \quad (61)$$

• Câmpul magnetic datorat curenților impuși

Fie un domeniu plan-paralel poligonal Ω , parcurs de un curent distribuit uniform cu densitatea $\mathbf{J} = J\mathbf{k}$. Câmpul magnetic produs de acest curent într-un punct este

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \int_{\Omega} \frac{J\mathbf{k} \times \mathbf{R}}{R^2} d\Omega = -\frac{\mu_0 J}{2\pi} \mathbf{k} \times \int_{\Omega} \text{grad}(\ln R) d\Omega = -\frac{\mu_0 J}{2\pi} \sum_{m \in \partial\Omega} \mathbf{u}_t \int_m (\ln R) dl_{\Omega}. \quad (62)$$

• Media câmpului magnetic datorat polarizațiilor

Fie un element Ω_k , în care polarizația este \mathbf{I}_k . Media câmpului magnetic într-un element Ω_i datorat polarizației \mathbf{I}_k este

$$\tilde{\mathbf{B}}_i(k) = \frac{1}{\sigma(\Omega_i)} \int_{\Omega_i} \text{rot} A d\Omega_i = \frac{1}{\sigma(\Omega_i)} \oint_{\partial\Omega_i} (\mathbf{n}_i \times \mathbf{A}) dl_i. \quad (63)$$

Potențialul vector este $\mathbf{A} = A\mathbf{k}$, unde

$$A = -\frac{\mu_0}{2\pi} \int_{\Omega_k} J_e \ln R \, d\Omega_k = \frac{1}{2\pi} \oint_{\partial\Omega_k} \ln R \, \mathbf{I} \cdot d\mathbf{l}_k. \quad (64)$$

Înlocuind (64) în (63), rezultă

$$\tilde{\mathbf{B}}_i(k) = -\frac{1}{2\pi\sigma(\Omega_i)} \mathbf{I}_k \sum_{m_i \in \Omega_i} \sum_{m_k \in \Omega_k} \int_{m_i} \int_{m_k} \ln R(\mathbf{dl}_k; \mathbf{dl}_i). \quad (65)$$

Vom nota

$$\tilde{\mathbf{B}}_i(k) = -\frac{1}{\sigma(\Omega_i)} \bar{\alpha}_{ik} \mathbf{I}_k, \quad (66)$$

unde

$$\bar{\alpha}_{ik} = \frac{1}{2\pi} \sum_{m_i \in \Omega_i} \sum_{m_k \in \Omega_k} \left[\frac{1}{l_i l_k} \int_{m_i} \int_{m_k} \ln R \, dl_i \, dl_k \right] (\mathbf{l}_i; \mathbf{l}_k). \quad (67)$$

Media câmpului magnetic într-un element Ω_i , datorat tuturor elementelor neliniare este

$$\tilde{\mathbf{B}}_i = -\frac{1}{\sigma(\Omega_i)} \sum_{k=1}^{ne} \bar{\alpha}_{ik} \mathbf{I}_k. \quad (68)$$

Observații:

1. Datorită simetriei problemei structurile de date care conțin informații despre noduri, elemente și muchii reprezintă doar un sfert din domeniul problemei. Integralele trebuie însă realizate pe întregul domeniu de calcul. În această situație, coeficienții $\bar{\alpha}_{ik}$ nu reprezintă numai efectul polarizației I_k (corespunzătoare unui element din cadrantul 1) ci și a elementelor simetrice cu el.

2. Timpul necesar iterațiilor neliniare ar putea fi redus dacă inițializarea se află cât mai aproape de soluția exactă. În acest scop, un tabel cu soluții (de exemplu pentru cazul cel mai bun întâlnit) ar putea fi utilizat ca vector de inițializare.

3. Timpul de calcul pentru rezolvarea problemei de câmp magnetic depinde esențial de numărul elementelor de discretizare. Un algoritm de discretizare adaptivă poate conduce la un număr minim de elemente de discretizare. Drept criteriu de calitate a unui nod se poate adopta diferența dintre valoarea medie și cea minimă sau maximă (extremă aflată pe frontiera elementului).

4. Datorită faptului că în decursul optimizării se schimbă doar o mică parte din geometrie, câmpul datorat curenților impuși precum și matricea α se modifică puțin de la o evaluare la alta. Timpul de optimizare poate fi folosit în mod optim dacă coeficienții constanți de-a lungul procesului de optimizare sunt evaluați o singură dată.

• Calculul integralelor care intervin

Pentru calculul câmpului magnetic datorat curenților impuși (formula (62)) și pentru calculul potențialului vector datorat polarizațiilor (formula (64)) sau curenților impuși este necesar calculul integralei simple din $\ln(R)$. Această integrală se poate calcula analitic.

Pentru calculul coeficienților de proporționalitate (formula (67)) este necesar calculul integralei duble din $\ln(R)$. Pentru muchiile care au un nod comun s-au utilizat formule analitice.

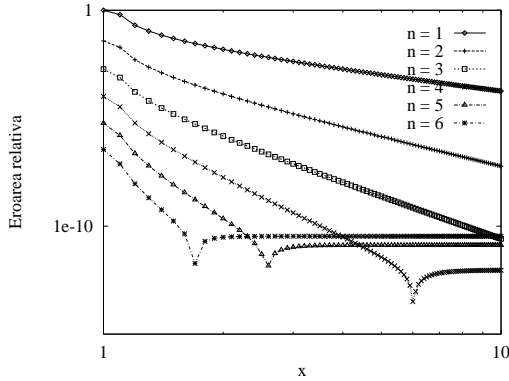


Figura 11: Eroarea în funcție de x

11.

Graficul în scară dublu logaritmică din figura 11 arată că: pentru $n = 1, 2$ și 3 variația este liniară pentru $x \in [1, 10]$, pentru $n = 4$ liniaritatea se păstrează pentru $x \in [1, 5.5]$, pentru $n = 5 \rightarrow x \in [1, 2.4]$ iar pentru $n = 6 \rightarrow x \in [1, 1.6]$. Pe aceste intervale $\ln \varepsilon = a \ln x + b$, respectiv $\varepsilon = Cx^a$, unde $C = e^b$. Din prelucrarea acestor date, rezultă ca majorant al erorii expresia $\varepsilon_m = 8000/(20x)^{n+2}$.

În consecință, pentru o valoare impusă a erorii, ordinul de integrare se stabilește cu formula

$$n = \left\lceil \frac{\ln \left(\frac{8000}{\varepsilon} \right)}{\ln (20x)} - 2 \right\rceil \quad (69)$$

Formula (69) a fost aplicată în rezolvarea problemei TEAM 25. Dacă n care rezultă din formulă este mai mic decât 1, atunci lui i se atribuie valoarea 1. Dacă n este mai mare decât 8, atunci lui i se atribuie valoarea 8.

Configurația testată are 57 de muchii și 4 simetrii. Rezultă că sunt de calculat aproximativ 11372 astfel de integrale duble. Fie nr_m un vector de întregi de dimensiune 8, inițializat cu zero. Pentru fiecare integrală dublă, rezultă două ordine de integrare n_1 și n_2 . Se incrementează atunci $nr_m(n_1)$ și $nr_m(n_2)$. În final, suma componentelor vectorului nr_m trebuie să fie de aproximativ $2 \cdot 11372 = 22744$. Tabelul următor arată componentele acestui vector pentru diferite valori ale erorii impuse. Timpul din tabel reprezintă timpul necesar (în Scilab) până la începerea iterațiilor neliniare (timpul necesar calcului tuturor integralelor duble dar și calcului altor mărimi necesare: arii, lungimi, asamblat matrice α).

eroare	nr_m(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	timp [s]
1E-2	20450.	1463.	314.	19.	8.	0.	0.	4.	248
1E-4	12041.	7228.	2006.	788.	164.	16.	7.	8.	279
1E-6	5449.	6523.	6428.	2395.	913.	411.	108.	31.	341

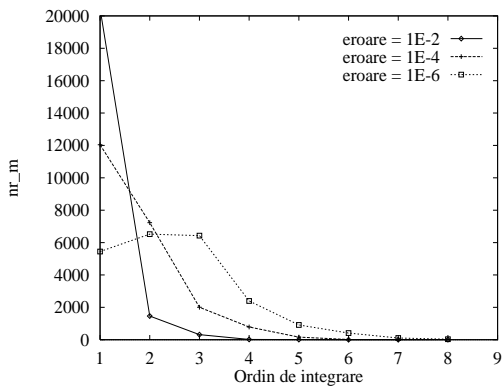


Figura 12: Vectorul nr_m

Aceste rezultate sunt prezentate grafic în figura 12. Graficul validează formula (69), iar distribuția lor arată că ordinul maxim ales egal cu 8 este rezonabil (dacă ar fi fost prea mic, s-ar fi constatat o îngheșuire la capăt)). De asemenea, din punct de vedere al timpului de calcul, trecerea la o eroare de 10^{-4} nu necesită un timp suplimentar mult mai mare. Aceasta va fi valoarea folosită în programul de optimizare.

6.2.3 Rezultate numerice

Tabelul 6.15 conține rezultatele obținute cu metoda integrală atât în cazul iterațiilor Picard-Banach cât și în cazul iterațiilor Newton iar figura 13 prezintă spectrul câmpului obținut cu cea mai rară discretizare folosită (cu 20 de elemente). Programele corespunzătoare au fost scrise în Scilab [4] și rulate pe un PC Pentium (166 MHz), sub Linux [3] iar configurația de test folosită a fost cea mai bună configurație raportată până acum pentru această problemă [8].

Se observă că timpul necesar calcului matricei $\bar{\alpha}$ este mult mai mare decât timpul necesar iterațiilor neliniare. În timpul procesului de optimizare, rediscretizarea problemei ar implica recalcularea acestei matrice, deci un timp CPU foarte mare. Se observă de asemenea că metoda Newton este mult mai rapid convergentă decât metoda Picard-Banach. Aplicarea suprarelaxării la metoda Picard-Banach a condus la o înjumătățire a numărului de iterații, dar la același timp de calcul (datorită calcului factorului de suprarelaxare).

În această situație, metoda integrală ar merita să fie integrată într-un program de optimizare doar dacă se adoptă o abordare de tip celule, în care, geometria maximală este discretizată în celule dreptunghiulare, iar apoi, în funcție de dimensiunile actuale ale parametrilor, celulele sunt active sau nu (materialul este feromagnetic sau aer).

Cu o abordare de tip celule, matricea $\bar{\alpha}$ trebuie calculată o singură dată înaintea procesului de optimizare propriu-zis. Dezavantajul acestei abordări îl constituie faptul că interfețele dintre materialul feromagnetic și aer nu rezultă netede ci în trepte. Pentru ca această lucră să nu perturbe foarte mult acuratețea funcției obiectiv celulele trebuie să fie suficient de mici. Pentru un grid în zona de interes cu un pas de 1 mm (figura 14) rezultă

Nr.elem/ nr.muchii	Metoda	Nr. iterații	Timp (s)		Rezultate
			$\bar{\alpha}$	iterații	
20/ 59	PB	192	330	120	$f = 2.69E-2$ $\varepsilon_B = 0.213$ $\varepsilon_\theta = 0.158$ rad
	Newton	3		3	$f = 2.66E-2$ $\varepsilon_B = 0.211$ $\varepsilon_\theta = 0.157$ rad
44/ 117	PB	194	1898	346	$f = 1.34E-2$ $\varepsilon_B = 0.167$ $\varepsilon_\theta = 0.059$ rad
	Newton	4		13	$f = 1.28E-2$ $\varepsilon_B = 0.165$ $\varepsilon_\theta = 0.059$ rad
63/ 160	PB	417	5280	1355	$f = 9.72E-3$ $\varepsilon_B = 0.152$ $\varepsilon_\theta = 0.066$ rad
	Newton	4		28	$f = 9.07E-3$ $\varepsilon_B = 0.149$ $\varepsilon_\theta = 0.066$ rad

Tabelul 2: Rezultate numerice ale metodei integrale

o rețea cu 317 elemente și 681 muchii. Calculul matricei $\bar{\alpha}$ durează în Scilab aproximativ 5 zile, deci nepermis de mult.

Având în vedere aceste rezultate s-a revenit la metoda elementelor finite dar algoritmul inițial a fost îmbunătățit cu proceduri de calcul numeric oferite de PETSc [7].

Figura 15 reprezintă variația funcție de cost și a energiei magnetice cu inversul numărului de elemente. Creșterea numărului de elemente conduce la o instabilitate a funcției de cost, fenomen care nu se observă în cazul energiei. Se pare că este inutil a se folosi mai mult de 2000 elemente finite în acest caz.

Figura 16 prezintă variația funcției de cost pentru diferite valori ale parametrului R_1 . Este evident faptul că metoda integrală a folosit prea puține elemente, în timp ce pentru metoda elementelor finite 2000 elemente par a fi de ajuns.

Figurile 17 și 18 prezintă variația în spațiu a componentelor B_x și B_y ale intensității câmpului magnetic pentru aceeași configurație de referință, calculate cu cele două metode. Se poate observa că în metoda integrală variația acestor mărimi este mai netedă decât în metoda elementelor finite datorită faptului că zona de interes în care se calculează câmpul nu este discretizată.

Concluzii:

- Metoda aleasă pentru rezolvarea problemei de câmp în vederea calcului funcției obiectiv este deosebit de importantă într-un algoritm de optimizare. Trebuie făcut un compromis între acuratețe și timp de calcul, dar robustețea este obligatorie. Nu ne putem

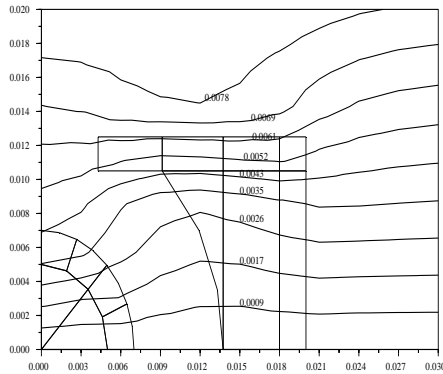


Figura 13: Linii de câmp obținute cu metoda integrală pentru rețeaua cu 20 elemente

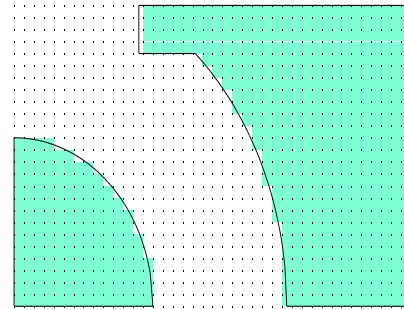


Figura 14: Discretizare de tip celule

permite de exemplu ca algoritmul să nu convergă (ca de exemplu în metoda Newton clasică).

- Efort de calcul mare este acceptabil dar o singură dată, de aceea în cazul metodei integrale, abordarea de tip celule este mai potrivită, matricea $\bar{\alpha}$ fiind calculată o singură dată, înaintea procesului de optimizare propriu-zis.

- Pentru obținerea unei aceeași acurateți pentru funcția obiectiv metoda integrală are nevoie de un număr de elemente de aproximativ 10 ori mai mic decât în cazul metodei elementelor finite, dar are nevoie de un timp de calcul mai mare.

- Metoda integrală mai are avantajul că soluția obținută în zona de interes este mult mai netedă decât în cazul metodei elementelor finite. Pentru a evita aceste discontinuități care rezultă în cazul metodei elementelor finite, pentru evaluarea funcției de cost este necesară o procedură de netezire.

- În cazul metodei elementelor finite, cel mai bun rezultat a fost obținut pentru metoda Newton cu subrelaxare optimală (“*line search*”), cu un solver iterativ pentru rezolvarea sistemului liniar (GMRES - Generalised Minimal Residual + BJACOBI - preconditionator Block Jacobi), o eroare impusă de 10^{-3} , toți acești parametri dând un rezultat satisfăcător (timp CPU mai mic de 20 secunde), eroarea relativă a funcției obiectiv fiind $4 \cdot 10^{-4}$.

- Pentru obținerea unei soluții aproximative propunem modificarea criteriului de oprire (de exemplu eroarea impusă poate fi crescută până la 10^{-1} sau numărul maxim de iterații să fie mai mic), mai degrabă decât să se creeze rețele cu un număr mai mic de elemente.

Aplicând o astfel de strategie, algoritmul evoluționist descris în capitolul 5 a fost aplicat optimizării acestei probleme, cu următorii parametri: 3 procese sclav, fiecare având 16 indivizi într-o populație, parametrii P_i : 1, 1, 1, 4, 4, 1, perioada migrației 3, $B = 2$, $A = 0.25$, numărul maxim de generații 60. Procesul a durat 33 ore (cei trei sclavi au fost pe aceeași mașină), iar cea mai bună configurație găsită a fost:

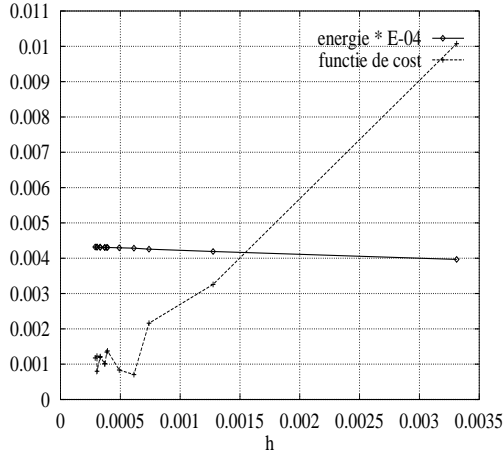


Figura 15: Variația energiei și a funcției de cost cu inversul numărului de elemente

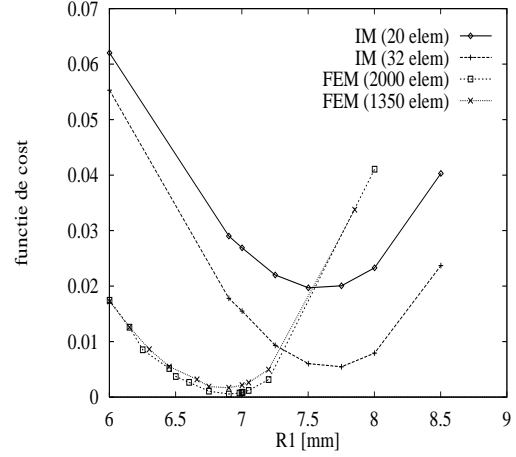


Figura 16: Variația funcției de cost pentru diferite valori ale parametrului R_1

$R_1 = 6.879 \text{ mm}$	$L_2 = 13.789 \text{ mm}$
$L_3 = 14.065 \text{ mm}$	$L_4 = 13.579 \text{ mm}$
$F = 1.244 \cdot 10^{-3}$	

Diferența relativă dintre configurația găsită și cea de referință este următoarea: R_1 se află la 1.75 % față de valoarea de referință ($R_1 = 7.0018 \text{ mm}$), L_2 se află la 0.32 % față de valoarea de referință ($L_2 = 13.7448 \text{ mm}$), L_3 se află la 0.04 % față de valoarea de referință ($L_3 = 14.058 \text{ mm}$) iar L_4 se află la 0.9 % față de valoarea de referință ($L_4 = 13.7108 \text{ mm}$).

Se observă că parametrii L_2 , L_3 , L_4 sunt apropiați de cei ai configurației de referință. Valoarea parametrului R_1 ar putea fi îmbunătățită printr-o minimizare unidimensională deterministă. Având în vedere cum variază funcția de cost cu R_1 se poate aplica de exemplu metoda aproximării parabolice pentru găsirea unui valori optime a parametrului R_1 pentru valori fixate ale parametrilor L_2 , L_3 , L_4 . În acest fel, în algoritmul stocastic ar putea fi inclus un algoritm de optimizare deterministă unidimensională așa cum s-a procedat și pentru problema TEAM 22, indivizii care participă la evoluție fiind astfel dintre cei mai buni.

7 Contribuții

Optimizarea dispozitivelor electromagnetice este una dintre cele mai importante dar și cele mai dificile probleme. Încercând să clarifice, clasifice și să rezolve o parte din problemele legate de optimizare, această lucrare aduce următoarele contribuții:

1. Prezentarea pe larg a stadiului actual al metodelor folosite în optimizarea dispozitivelor electromagnetice. Pe lângă clasificările de rigoare se fac și considerații

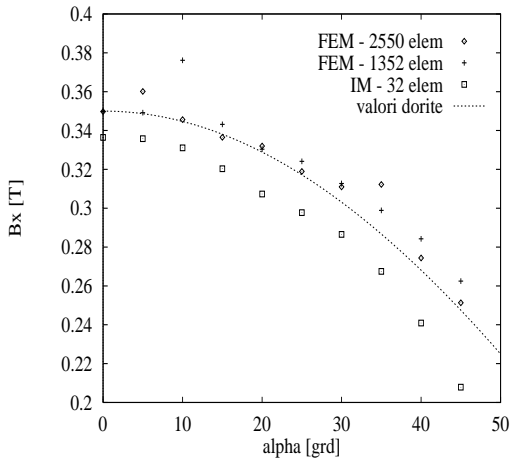


Figura 17: B_x în funcție de unghiul α

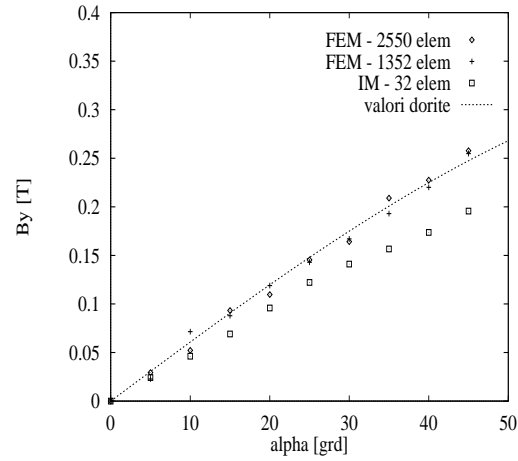


Figura 18: B_y în funcție de unghiul α

critice asupra rezultatelor prezentate în literatură, în vederea identificării căilor și tendințelor de dezvoltare în viitor a acestui domeniu important al cercetării.

2. Elaborarea și prezentarea unor algoritmi originali pentru rezolvarea problemei de analiză a câmpului electromagnetic. Algoritmii propuși permit, pe de o parte, generarea rețelelor de discretizare adaptate optimal la soluție (prin rafinare succesivă), iar pe de altă parte comută automat între metode diferite de iterații neliniare (metoda polarizației cu relaxare optimală care este garantat convergentă și metoda Newton care este rapidă). Sunt stabilite criteriile pentru rafinare succesivă (un indicator local de eroare) și pentru comutarea polialgoritmului.
3. Formularea și demonstrarea a două teoreme de unicitate în cazul problemelor plan-paralele cu frontieră deschisă, bazate pe folosirea unei formulări integrale pentru domeniul exterior frontierei.
4. Studiul metodelor de calcul a sensibilităților funcției obiectiv, necesare aplicării metodelor deterministe de optimizare de ordin superior fie prin folosirea unei probleme adjuncte, fie prin exploatarea metodei numerice de calcul.
5. Elaborarea unui algoritm evoluționist distribuit și analiza influenței parametrilor săi asupra convergenței procesului de optimizare.
6. Rezolvarea problemelor de optimizare propuse de comunitatea internațională.

Rezultatele din această lucrare au fost comunicate la diverse conferințe internaționale. Astfel, [9, 10, 12, 20, 35] se referă la optimizarea problemei TEAM 22 folosind algoritmi evoluționiști distribuiți sau algoritmi evoluționiști distribuiți combinați cu strategii deterministe de optimizare, [21] se referă la calculul sensibilităților folosind tehnica variabilelor adjuncte, [11] se referă la optimizarea problemei TEAM 25 și anume la analiza metodei optime pentru calculul funcției obiectiv.

Două din aceste lucrări au fost acceptate pentru publicare în revista *IEEE Transactions on Magnetism* [19, 22].

În concluzie nu există metodă perfectă de optimizare. Pentru orice problemă trebuie încercate și analizate mai multe metode. A utiliza algoritmul de optimizare ca o "cutie neagră" este foarte periculos, fiecare algoritm comportându-se diferit în funcție de aplicația pe care dorește să o rezolve. Metoda de rezolvare trebuie și ea aleasă cu grijă. Acolo unde problema o permite sunt de preferat metodele analitice sau formule matematice aproximative, cel puțin într-o primă etapă. Până acum se practică combinarea a două metode de optimizare, dar este posibil ca în viitor să se elaboreze strategii mixte cu mai mult de două metode de optimizare. De asemenea acuratețea evaluării funcției obiectiv ar trebui să fie dinamică pe parcursul procesului de optimizare, ca și parametrii acestui proces. Paralelizarea algoritmilor se va impune tot mai mult dat fiind efortul foarte mare de calcul necesar optimizării dispozitivelor electromagnetice. Este posibil ca strategiile de optimizare să fie combinate tot mai mult cu metode de inteligență artificială.

Bibliografie selectivă

- [1] ***. http://www-igte.tu-graz.ac.at/_team.
- [2] ***. http://www.lmn.pub.ro/~tibi/mesh_gen/mesh_gen.html.
- [3] ***. Linux: <http://www.linux.org>.
- [4] ***. *Scilab Home Page*. Institut National de Recherche en Informatique et en automatique, <http://www-rocq.inria.fr/scilab/>, 2000.
- [5] R. Albanese and G. Rubinacci. Numerical Procedures for the Solution of Nonlinear Electromagnetic Problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(2):1228–1231, 1992.
- [6] T. Back, U. Hammel, and H.P. Schwefel. Evolutionary Computation: Comments on the History and Current State. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1):3–17, 1997.
- [7] S. Balay, W. Gropp, L.C. McInnes, and B. Smith. *PETSc 2.0 User Manual*. <http://www.mcs.anl.gov/petsc>, 1998.
- [8] B.R. Brandstatter and W. Ring. Some Results on the TEAM Workshop Problem 25. *Proc. of the TEAM Workshop in the 6-th Round, Rio de Janeiro, Brazil*, pages 39–41, 1997.
- [9] G. Ciuprina and D. Ioan. Optimization of electromagnetic devices by distributed stochastic-deterministic algorithms - team 22 benchmark problem. *Seminarul Național de Electrotehnică teoretică, București.*, 1998.
- [10] G. Ciuprina and D. Ioan. Team problem 22 solved by a distributed stochastic-deterministic algorithm with accuracy control. *Proceedings of the TEAM Workshop, 7th Round, Tucson, Arizona*, pages 2–4, 1998.
- [11] G. Ciuprina, S. Stănescu, and D. Ioan. Efficiency and accuracy of field evaluation in team problem no. 25. *Proceedings of the TEAM Workshop, 8th Round, Graz, Austria.*, pages 581–584, 1998.

- [12] G. Ciuprina, B. Vasiliu, C. Dumitrescu, T. Chelcea, and D. Ioan. Use of Stochastic Algorithms for Distributed Architectures in the Optimization of Electromagnetic Devices. *Proceedings of the 11-th Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG), Rio de Janeiro, Brazil.*, pages 573–574, 1997.
- [13] R. Courant. *Differential and Integral Calculus*. Blackie & son limited, 1961.
- [14] S. Dappen and G. Hennenberg. A Sensitivity Approach for the Optimization of Loss Efficencies. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(2):1836–1839, 1997.
- [15] K.R. Davey. Magnetic Design Optimization Using Variable Metric. *IEEE Transactions on Magnetics*, 31(6):3566–2568, 1995.
- [16] F. Dughiero, M. Guarnieri, and S. Lupi. An Optimization Procedure for Electromagnetic Confinement and Levitation Systems. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2):1758–1761, 1993.
- [17] K. Fujiwara, T. Nakata, N. Okamoto, and K. Muramatsu. Method for Determining Relaxation Factor for Modified Newton-Raphson Method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2):1962–1965, 1993.
- [18] I.F. Hăntilă et al. *Câmpul electromagnetic staționar în medii neliniare*. Editura ICPE, 1997.
- [19] D. Ioan, G. Ciuprina, and C. Dumitrescu. Use of stochastic algorithms for distributed architectures in the optimization of electromagnetic devices. *IEEE Transactions on Magnetics*, 34(5):3000–3003, 1998.
- [20] D. Ioan, G. Ciuprina, and A. Szigeti. Embedded stochastic-deterministic optimization method with accuracy control. *Proceedings of the Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC 98), Tucson, Arisona*, 1998.
- [21] D. Ioan, I.Munteanu, and G.Ciuprina. Adjoint Field Technique Applied in Optimal Design of a Nonlinear Inductor. *Proceedings of the 11-th Conference on the Computation of Electromagnetic Fields (COMPUMAG), Rio de Janeiro, Brazil*, pages 141–142, 1997.
- [22] D. Ioan, I. Munteanu, and G. Ciuprina. Adjoint field technique applied in optimal design of a nonlinear inductor. *IEEE Transactions on Magnetics*, 34(5):2849–2852, 1998.
- [23] H. Lee, H.K. Jung, S. Hahn, C. Cheon, and K.S. Lee. Shape Optimization of H-Plane Waveguide Tee Junction Using Edge Finite Element Method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 31(3):1928–1931, 1995.
- [24] C. Magele, K. Preis, and W. Renhart. Some Improvements in Nonlinear 3D Magnetostatics. *IEEE Transactions on Magnetics*, 26(2):375–378, 1990.
- [25] M. Marchesi, G. Molinari, and M. Repetto. A Parallel Simulated Annealing Algorithm for the Design of Magnetic Structures. *IEEE Transactions on Magnetics*, 30(5):3439–3442, 1994.

- [26] T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, N. Okamoto, and K. Muramatsu. Improvements of Convergence Characteristics of Newton-Raphson Method for Nonlinear Magnetic Field Analysis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(2):1048–1051, 1992.
- [27] C. Neagoe and F. Ossart. Analysis of Convergence in Nonlinear Magnetostatic Finite Elements Problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, 30(5):2865–2868, 1994.
- [28] K. Nishimura, S. Nakata, and T. Nakagawa. Optimization of the Coil Distribution of the Deflection Yoke for CRT. *IEEE Transactions on Magnetics*, 33(2):1848–1851, 1997.
- [29] S. Russenschuck. Application of Lagrange Multiplier Estimation to the Design Optimization of Permanent Magnet Synchronous Machines. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(2):1525–1528, 1992.
- [30] N. Takahashi. Optimization of Die Press Model- TEAM Workshop Problem 25. *TEAM Workshop, Okayama*, pages 61–69, 1996.
- [31] N. Takahashi, K. Ebihara, K. Yoshida, T. Nakata, K. Ohashi, and K. Miyata. Investigation of Simulated Annealing Method and Its Application to Optimal Design of Die Mold for Orientation of Magnetic Powder. *IEEE Transactions on Magnetics*, 32(3):1210–1213, 1996.
- [32] T. Takahashi. Shape Optimization Method for Coils Consisting of Free Curves. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2):1803–1806, 1993.
- [33] A. Țugulea et al. Calculul parametrilor electromagnetici ai unui solenoid supraconductor. Contract 3-1-1/81, 1981.
- [34] J.A. Vasconcelos, L. Krahenbuhl, L. Nicolas, and A. Nicolas. Design Optimization in Electrostatic Field Analysis Using the BEM and the Augmented Lagrangean Method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 30(5):3443–3446, 1994.
- [35] B. Vasiliu, I. Munteanu, D. Ioan, and G. Ciuprina. Use of Message-Passing Distributed Architecture in Optimisation of a SMES. *Proceedings of the 4-th Romanian Conference on Open Systems (ROSE 96), Bucharest, Romania*, pages 72–79, 1996.