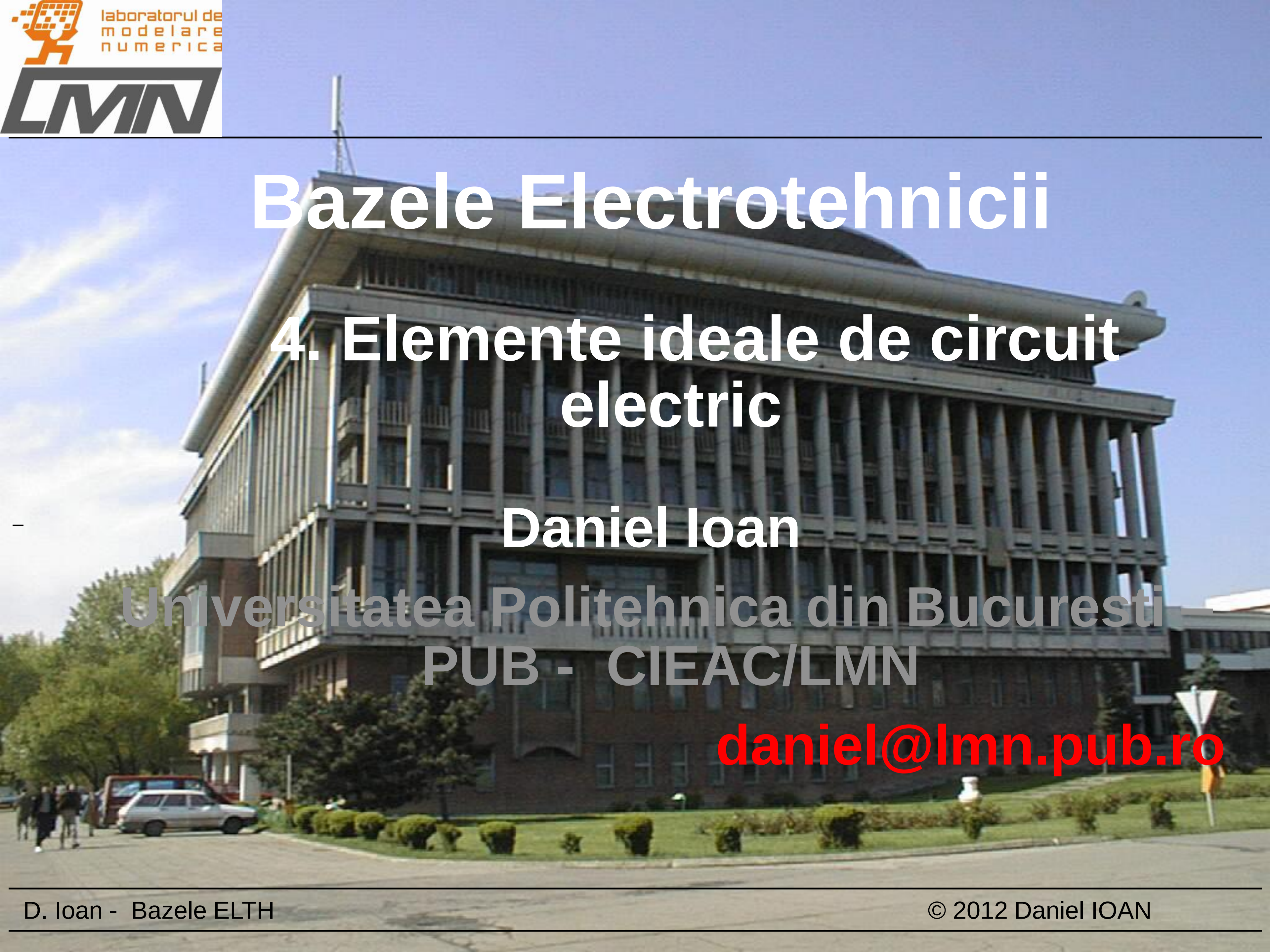


Bazele Electrotehnicii

4. Elemente ideale de circuit electric

Daniel Ioan

Universitatea Politehnica din Bucuresti
PUB - CIEAC/LMN

daniel@lmn.pub.ro

4.1. Introducere,marimi primiteive si derivate

Prin definitie un **circuit electric** este o multime de elemente de circuit (ideale) conectate pe la borne.

Element de circuit: domeniu spatial a carui interactiune electrica cu exteriorul se realizeaza prin intermediul bornelor (terminaleleor) plasate pe suprafata sa. Elementele ideale se vor defini ulterior. Elementele cu doua borne se numesc **dipolare** iar cele cu mai multe borne se numesc **multipolare.**

In teoria ciruitelor spatiul fizic are doar structura topologica si nu una metrica. Nu este relevanta forma ci doar conexiunea circuitului. Pentru a descrie **topologia** unui circuit se foloseste schema sa electrica, sau graful sau.

Graf al unui circuit: o multime de puncte numite **noduri** (care reprezinta borne in contact) unite printr-o multime de arce de curba numite **laturi** (care reprezinta elementele dipolare).

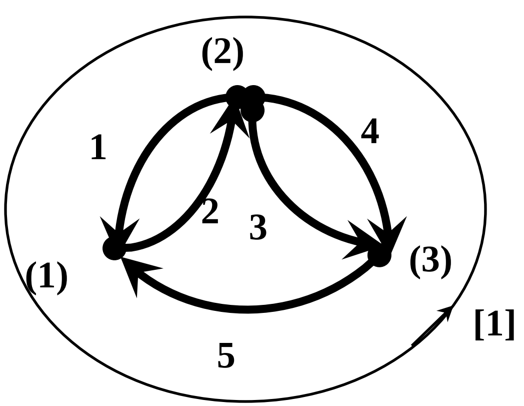
Laturile sunt indexate $l = 1,2,3,\ldots, L$ Nodurile sunt indexate $(n) = 1,2,3,\ldots, N$

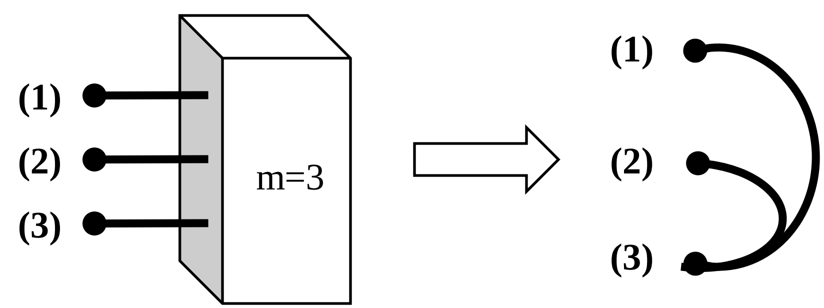
Buclele (multimi de laturi - curbe inchise) se indexeaza: $[b] = 1,2,3,\ldots, B$

Graful circuitului

Laturile sunt orientate pentru a permite identificarea corecta a conectarii elementelor cu borne polarizate (notate cu + si -). In consecinta graful este orientat. El este descris fie prin imaginea sa geometrica fie numeric, de ex. Printr-un tabel cu L linii si 2 coloane, care indica pentru fiecare latura nodul initial si cel final. Doua grafuri sunt identice daca au acelasi tabel de conexiune, chiar daca imaginile lor geometrice sunt diferite.

Elementele multipolare cu m terminale se reprezinta in garf ca o multime de (m-1) laturi concurente in nodul de referinta, ales conventional unul din terminalele elementelor.





Marimile primitive ale teoriei circuitelor

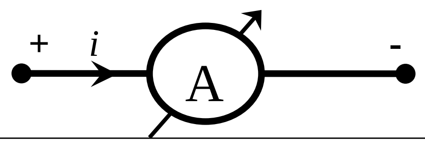
- **Curentul:** marime fizica scalara asociata unei laturi orientate (in *sensul de referinta al curentului*) ce caracterizeaza global si instantaneu interactiunea unui element cu exteriorul printr-un terminal al sau.

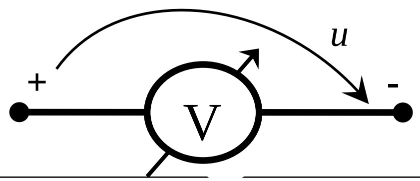
$$i = f(t)\ [A]\ \ f:(t_{\min}, t_{\min}) \to \mathbb{R}$$

- **Tensiunea:** marime fizica scalara asociata unei laturi orientate (in sensul de referinta al tensiunii) ce caracterizeaza global si instantaneu starea electrica a unei perechi de terminale.

$$u = f(t)\ [V]\ \ f:(t_{\min}, t_{\min}) \to \mathbb{R}$$

- **Sensul de referinta** indica modul in care este conectat aparatul de masura: voltmetru sau ampermetru. Aparatul masoara marimea orientata de la borna + la borna – a acestuia. La schimbarea sensului de referinta (adica amodului in care este montat aparatul) are loc schimbarea semnului marimii masurate.





Marimi derivate

Vectorul curentilor: de dimensiune L are componente curentii din laturi:

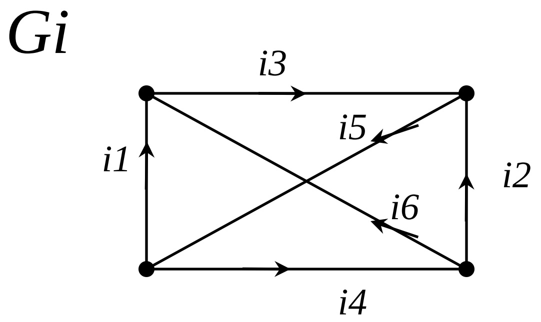
$$\mathbf{i} = [i_1, i_1, ..., i_L]^T = \mathbf{f}(t);\ \mathbf{f} : (t_{\min}, t_{\min}) \to \mathbb{R}^L$$

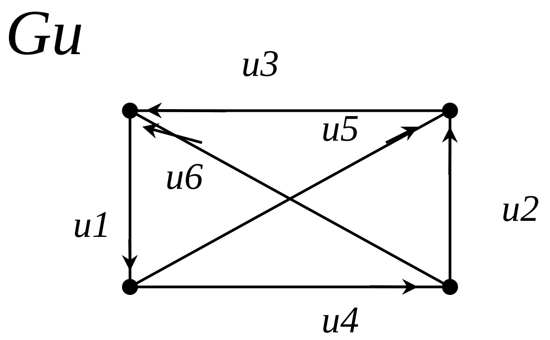
El descrie curentii din intreg circuitul si este asociat grafului de curent - similar cu graful circuitului, dar cu laturile orientate in sensul curentilor.

Vectorul tensiunilor: de dimensiune L are componente tensiunile laturilor:

$$\mathbf{u} = [u_1, u_1, ..., u_L]^T = \mathbf{f}(t);\ \mathbf{f} : (t_{\min}, t_{\min}) \to \mathbb{R}^L$$

El descrie tensiunile din intreg circuitul si este asociat grafului de tensiune - similar cu graful circuitului, dar cu laturile orientate in sensul de refernta al tensiunilor.





4.2. Legile teoriei circuitelor

$$\sum_{k\in(n)}{}^{A} i_k = 0$$

$$\sum_{k\in[b]}{}^{A} u_k = 0$$

Prima lege a lui Kirchhoff (LK1): Suma algebrica a curentilor care concura la un nod este nula. Regula de semn: + pentru curentii care ies din nod si - in caz contrar.

A doua lege a lui Kirchhoff (LK2): Suma algebrica a tensiunilor laturilor unei bucle este nula. Regula de semn: + pentru tensiunile orientate in sensul buclei si - in caz contrar.

Orice circuit electric satisface relatiile lui Kirchhoff si reciproc, orice structura care satisface relatiile lui Kirchhoff este circuit. Legile sunt axiome si sunt valabile fara demonstratie.

Consecinte: Suma curentilor care intra intr-un nod este egala cu suma curentilor ce ies din acel nod.

Suma algebrica a tensiunilor intre doua noduri nu depinde de cale.

In consecinta se poate defini urmatoarele marimi derivatae

Potentialul unui nod este tensiunea de la acel nod la nodul de referinta (de masa) al circuitului, in care potentialul este conventional nul. $v_n = u_{n0} \quad [\mathrm{V}] \quad \Leftrightarrow \quad u_{nm} = v_n - v_m$

Daca tensiunile se exprima ca diferente de potential atunci LK2 este automat valida.

Vectorul potentialelor are componentle potentialele nodurilor cu exceptia celui de referinta. El are dimensiunea (N-1).

$$\mathbf{v} = [v_1, v_2, \ldots, v_{N-1}]^T \in \mathbb{R}^{(N-1)}$$

Legea puterii transferate

Puterea transferat pe la bornele unui element multipolar cu m terminale este produsul scalar dintre curentii terminalelor $\mathbf{i}_m$ si potentialele lor $\mathbf{v}_m$:

$$\boxed{p = \sum_{k=1}^{m-1} v_k i_k} = \mathbf{v}_m{}^T \mathbf{i}_m = \mathbf{i}_m{}^T \mathbf{v}_m$$

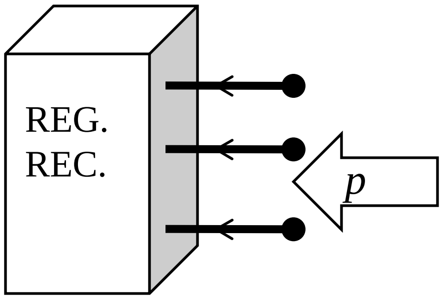
Deoarece conform LK1, suma curentilor din terminalele unui element multipolar este nula, rezulata ca valoarea puterii P nu se modifica, daca potentialele se translateaza

$$P = \sum_{k=1}^{m-1} v_k i_k = \sum_{k=1}^{m} (v'_k + C) i_k = \sum_{k=1}^{m} v'_k \, i_k = P$$

Sensul conventional al puterii P coincide cu sensul curentilor. Daca sensul lor este spre element, atunci puterea P este conventional consumata ("regula de la receptoare"). Daca sensul iese din element, atunci puterea P este conventional produsa ("regula de la generatoare").

In cazul particular al elementului dipolar, m=2 si

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 = v_1 i - v_2 i = (v_1 - v_2) i = \boxed{ui = p}$$



Regula de la receptoare se aplica atunci cand curentul si tensiunea din latura au acelasi sens de referinta, iar regula de la generatoare se aplica in caz contrar.

4.3. Elemete ideale de circuit

Legile lui Kirchhoff sunt incomplete, deoarece pentru orice circuit ele genereaza un sistem de L ecuatii algebrice liniare, omogene, cu 2L necunoscute (L curenti si L tensiuni). Sistemul este nedeterminat iar pentru a determina o solutie univoca mai sunt necesare inca L relatii. Acestea sunt ecuatiile constitutive ale circuitului, care exprima relatiile dintre curentul si tensiunea din fiecare latura. In practica se intalneste o diversitate enorma de relatii constitutive. Pentru a obtine eficienta teoriei se prefera sa nu se lucreze cu elemente reale de circuit ci cu idealizari ale acestora, numite elemente ideale de circuit.

Element ideal: element definit prin relatia sa constitutiva, intre curent si tensiune, relatie de regula foarte simpla (simplificata). Aceste elemente sunt definite deci functional si nu structural. Ele au un dublu statut:

- idealizeaza cel mai frecvent intalnite elemente reale si

- sunt folosite la modelarea elementelor reale.

Ecuatiile constitutive ale elementelor ideale sunt fundamentale in teoria circ.

Clasificarea elementelor ideale

Dupa numarul de terminale:

- Elemente **dipolare** m=2
- Elemente **multipolare** (m>2): **tripolare** (m=3), **cuadripolare** (m=4),…
- Elemente **multiport** (m=2k), fiecare pereche avand suma curentilor nula**. uniport**=dipol; **diport**=tip de cuadripol. In graf, aceste elemente se reprezinta prin k laturi

Dupa tipul de control (variabilele independente ale ecuatiei constitutive):

- **controlate in curent** - ecuatia constitutiva exprima dependenta tensiunilor de curenti
- **controlate in tensiune** - ecuatia constitutiva exprima dependenta curentilor/potentialeleor
- **controlate hibrid** – unele variabile independente sunt curenti iar altele sunt potentiale
- **controlabile si in curent si in tensiune** – ecuatia constitutiva este inversabila
- **necontrolabile** in curent sau tensiune – relatia constitutiva nu poate fi explicitata pentru a permite controlul in curent sau in tensiune

Dupa caracterul relatiei constitutive:

- **rezistive** – relatia constitutiva este o functie care exprima dependenta intre valorile instantanee ale curentilor si tensiunilor
- **reactive** - relatia constitutiva are forma unui operator dependenta intre variatia ain timp a curentilor si potentialeleor bornelor

Clasificarea elementelor ideale (cont)

Dupa comportarea in timp

- Elemente **invariante** - relatia constitutiva nu isi schimba forma in timp (comportarea elementului nu se modifica)
- Elemente **parametrice** – relatia constitutiva depinde de timp, explicit sau indirect prin intermendiul unui parametru, de exemplu temperatura

Dupa liniaritatea relatiei constitutive

- Elemente **liniare** - relatia constitutiva este liniara din punct de vedere matematic
- Elemente **neliniare** – la care relatia constitutiva nu este liniara
- Elemente **afine** – elemente neliniare la care relatia are un termen liniar la care se adauga o constanta (numite si elemente liniare cu surse)

Din punct de vedere energetic:

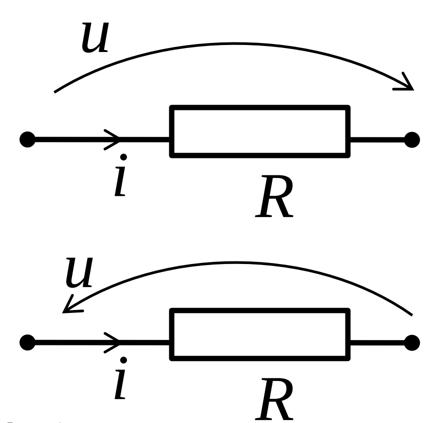
- **active** - pot genera energie, fara restrictii
- **pasive** - nu genereaza mai multa energie decat au primit anterior
- **elemente acumulatoare de energie** – elemente care pot genera energie doar daca au primit-o anterior
- **disipative** – randamentul acumularii de energie este subunitar
- **nedisipative** – randamentul acumularii de energie este unitare

Electronisitii dau alta semnificatie acestor termeni. Ei se refera la schema de mici variatii.

4.4. Elemente ideale dipolare liniare - Rezistorul

1. Reziatorul dipolar liniar

Element dipolar la care tensiunea la borne este proportionala cu curentul instantaneu ce strabte elementul.



Ecuatia constitutiva: $u = Ri \Leftrightarrow i = Gu \Rightarrow G = 1/R$

R – rezistenta rezistorului si G – conductanta rezistorului

In regula de la generatoare: $u = -Ri \Leftrightarrow i = -Gu$

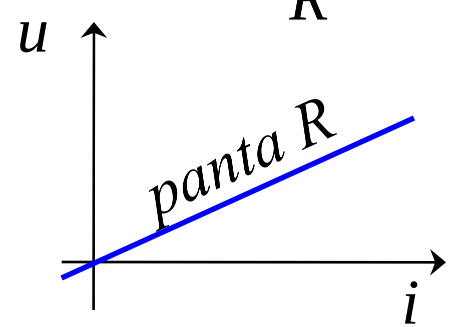
Cazuri particulare:

- **Conductorul perfect** $R = 0 \Rightarrow u = 0$ 

Rezistor cu rezistenta nula. Este controlat in curent.

- **Izolatorul perfect** $G = 0 \Rightarrow i = 0$ 

Rezistor cu conductanta nula. Este controlat in tensiune.



Caracterizare energetica: $P = ui = Ri^2 = Gu^2 \geq 0$

Rezistorul cu rezistenta pozitiva este un element controlabil atat in curent cat si in tensiune, rezistiv, invariant in timp, pasiv si neacumulator de energie.

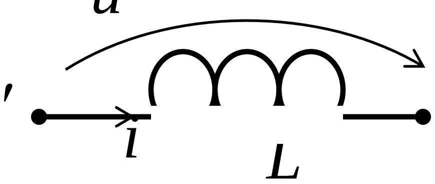
Rezistorul ideal idealizeaza rezistorele reale (fara efecte inductive, capacitive, sau termice)

Bobina

2. Bobina ideala liniara

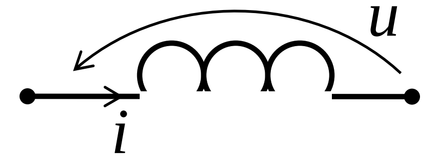
Element dipolar reactiv la care tensiunea la borne este proportionala cu viteza de variatie in timp a curentului ce strabte elementul.

Ecuatia constitutiva: $u = L\frac{di}{dt} \Leftrightarrow \; i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t u(t')dt'$



L – inductanta bobinei. Elementul este liniar doar in cond. Initiale nule.

In regula de la generatoare: $u = -L\frac{di}{dt}$



Cazuri particulare:

- **Conductorul perfect** $L = 0 \Rightarrow u = 0$

Bobina cu inductanta nula este un conductor perfect.

- **In regim stationar** $i = I = ct \Rightarrow u = 0$ are rezistenta nula**.**

Caracterizare energetica: element pasiv, acumulator de energie, nedisipativ:

$$P = ui = iL\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{Li^2}{2}\right) \Rightarrow W_{12} = \int_{t1}^{t2} P(t)dt = \frac{L}{2}({i_2}^2 - {i_1}^2) \Rightarrow W = \frac{Li^2}{2} \geq 0$$

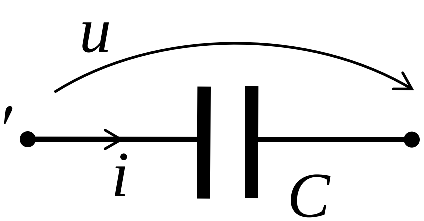
Curentul este variabila de stare (determina energia si este continuu in timp)

Condensatorul

2. Condensatorul ideal liniar

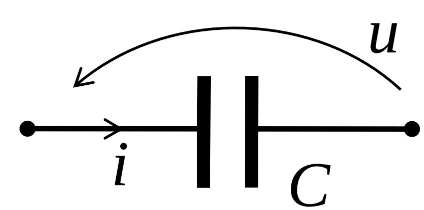
Element dipolar reactiv la care curentul este proportional cu viteza de variatie in timp a tensiunii de la bornele elementului.

Ecuatia constitutiva: $i = C\dfrac{du}{dt} \Leftrightarrow u(t) = u(0) + \dfrac{1}{C}\int_0^t i(t')dt'$



C- capacitatea. Elementul este liniar doar in cond. initiale nule.

In regula de la generatoare: $i = -C\dfrac{du}{dt}$



Cazuri particulare:

- **Izolatorul perfect** $C = 0 \Rightarrow i = 0$

Condensatorul cu capacitate nula este un izolator perfect.

- **In regim stationar** $u = U = ct \Rightarrow i = 0$ are conductanta nula.

Caracterizare energetica: element pasiv, acumulator de energie, nedisipativ:

$$P = ui = uC\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{Cu^2}{2}\right) \Rightarrow W_{12} = \int_{t1}^{t2} P(t)dt = \frac{C}{2}(u_2{}^2 - u_1{}^2) \Rightarrow W = \frac{Cu^2}{2} \geq 0$$

Tensiune este variabila de stare. Condensatorul este dualul bobinei $u \leftrightarrow i$

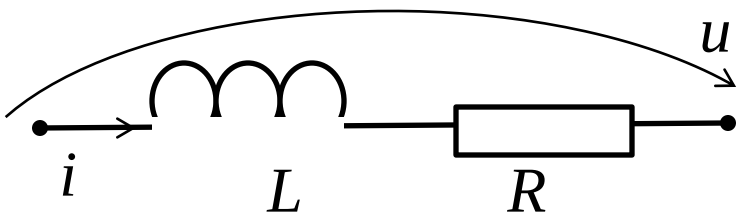
Aplicatie. Modelarea elementelor dipolare liniare reale

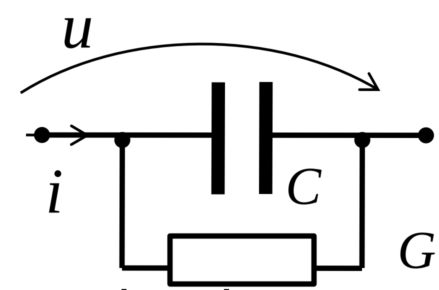
Conform rezultatelor prezentate in Cap. 3 pentru bobina reala:

$$u = L\frac{di}{dt} + Ri$$

adica o bobina ideala inseriata cu un rezistor.

Bobina ideala se obtine prin idealizarea bobinei reale neglijind rezistenta conductorului. Modelul bobinei reale contine pe langa L si pe R. Acest model nu contine pierderile (prin curenti turbionari si histerezis) in miezul feromagnetic, daca acesta exista. El este valabil la variatii relativ lente in timp. La frecvente mari trebuie modelate si alte efecte cum sunt efectul pelicular in conductor, efectele capacitive intre spire si eventual propagarea campului.





Conform rezultatelor prezentate in Cap. 3 pentru condensatorul real:

$$i = C\frac{du}{dt} + Gu$$

adica un condensator ideal in paralel cu un rezistor.

Model valabil la frecvente mici si medii.

Aplicatie. Modelarea efectului pelicular (optional)

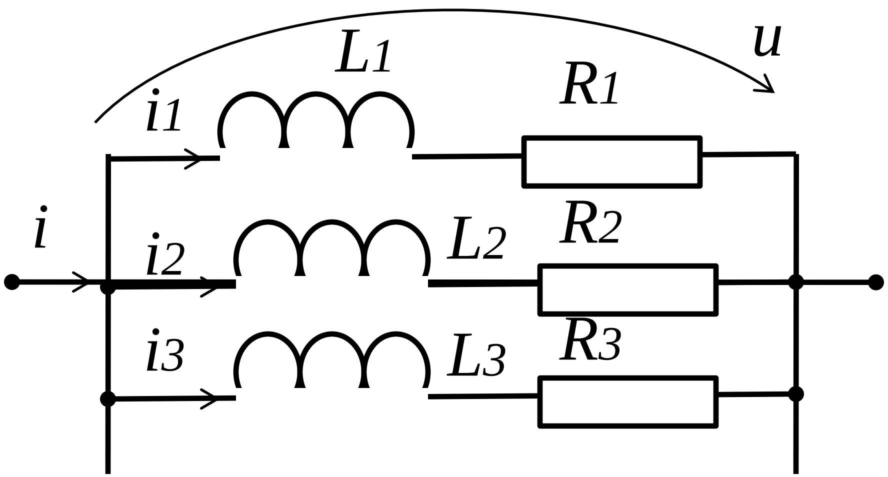
Conform Cap. 3 curentul intr-o placa se relaxeaza astfel: $i(t) = \frac{8}{\pi^2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2a\sigma L E_0}{(2k+1)^2} e^{-\frac{\mu\sigma}{\lambda^2}t} \Rightarrow$

$$i(0) = U/R = 2a\sigma L E_0 \Rightarrow G = \sum_{k=0,\infty} G_k = \frac{8}{\pi^2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2a\sigma L/h}{(2k+1)^2} \Rightarrow; \boxed{R_k = R\frac{(2k+1)^2\pi^2}{8};}$$

$$i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} i_k(t) \Rightarrow i_k = a_k e^{-\alpha_k t} \Rightarrow u(t) = L_k i'_k + R_k i_k = a_k(-\alpha_k L_k + R_k)e^{-\alpha_k t} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{L_k = \alpha_k R_k = \frac{\mu\sigma a^2 R}{2}}$$

In consecinta, placa admite o schema echivalenata cu bobine si rezistoare liniare conectate intr-o scara infinita.

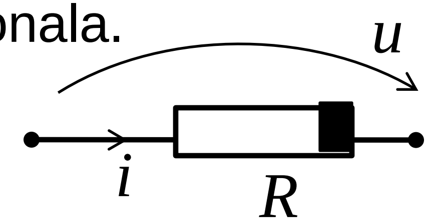


In practica sunt suficiente doar primele 2-3 celule RL-serie, deoarece R4=R1/100. Operatia de reducere a numarului de elemente, pastrand aproximativ aceeasi comportare se numeste Reducerea Ordinului Modelului (http://web.mit.edu/mor/about_mor.html)

4.5. Elemente ideale dipolare neliniare

1. Rezistorul dipolar neliniar

Element dipolar la care valoarile instantanee a tensiunii la borne si cea a curentului ce strabte elementul se afla intr-o relatie functionala.



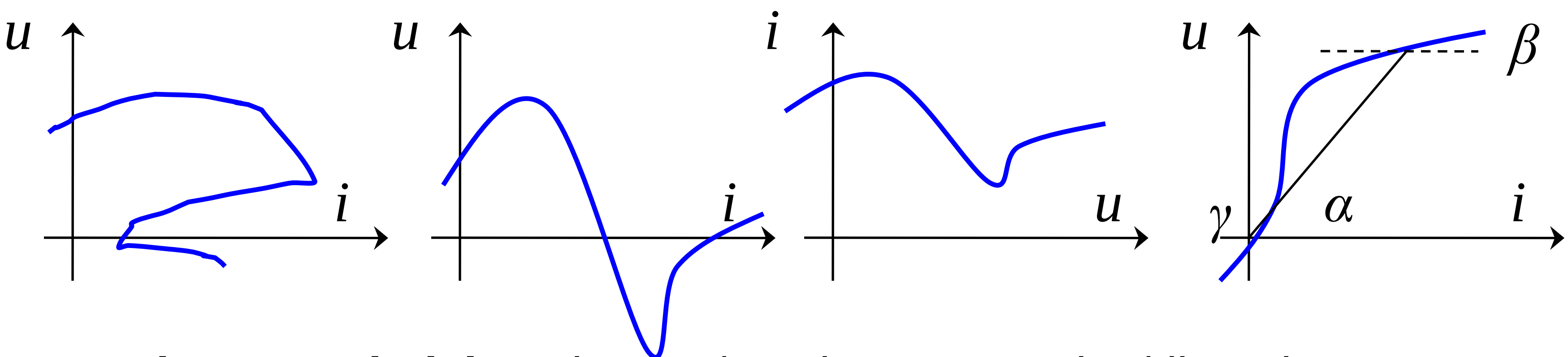
Ecuatia constitutiva: $F(u,i)=0; \quad F:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

F este functia caracteristica a rezistorului. In particular:

Rezistorul controlat in curent: $u = f(i); \quad f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ − caracteristica V - A

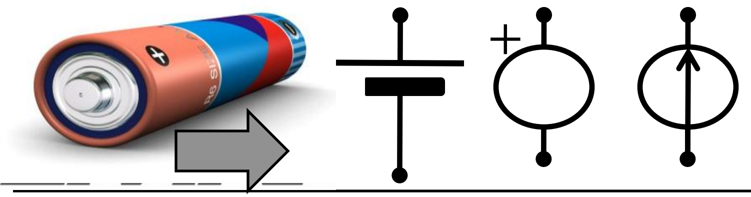
Rezistorul controlat in tensiune: $i = g(u); \quad g:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ − caracteristica A - V

Rezistorul controlabil in curent si tensiune: $u = f(i), i = g(u); \quad f = g^{-1}$



Paramtri carcateristici: rezistenta/conductanta statica/dinamica**:**

$$R_s = u/i = f(i)/i = tg\alpha; \quad R_d = du/di = f'(i) = tg\beta; G_s = i/u = g(u)/u = tg\gamma$$



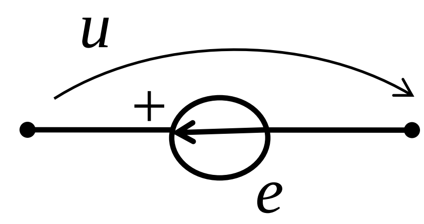
Sursa ideala de tensiune

Rezistorul liniar este un caz partcular de rezistor neliniar, la care

$$u = f(i) = Ri \Rightarrow R_s = R_d = R; G_s = G_d = 1/R$$

Sursa ideala de tensiune (SIT): element dipolar ideal care are tensiunea la borne independenta de curent. Ecuatia constitutiva:

$\boxed{u = e(t)}$ in care e este t.e.m. –parametrul sursei



Ea este un element cu bornele polarizate (+ si -).

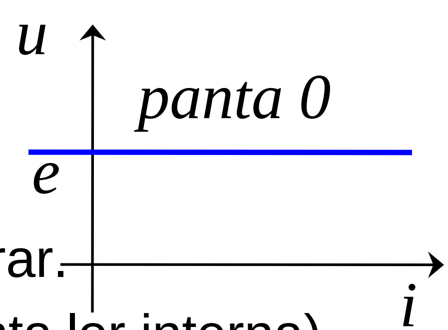
Daca u este orientata de la – la plus atunci $\boxed{u = -e(t)}$

Daca sursa are e=0, atunci ea este pasivizata si devine un conductor perfect.

Sursa ideala de tensiune este un rezistor neliniar controlat in curent cu rezistenta dinamica nula.

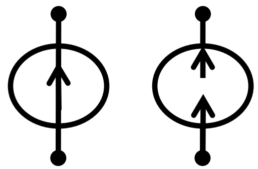
Din punct de vedere energetic sursa este un element activ, care produce puterea

$$\boxed{P = ui = ei}$$



daca i si e au sens comun si consuma putere in caz contrar.

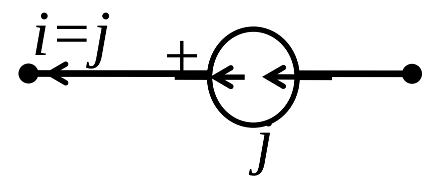
Elementul idealizeaza sursele reale (se neglijeaza rezistenta lor interna).



Sursa ideala de curent

Sursa ideala de curent (SIC): element dipolar ideal care are curentul independent de tensiunea d ela borne. Ecuatia constitutiva:

$\boxed{i = j(t)}$ in care e este c.e.m. – parametrul sursei

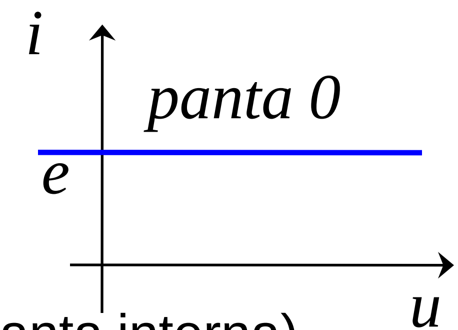


Ea este un element cu bornele polarizate (+ si -).

Daca i este orientat de la – la plus atunci $\boxed{i = -j(t)}$

Daca sursa are j=0, atunci ea este pasivizata si devine un izolator perfect (i=0)

Sursa ideala de tensiune este un rezistor neliniar controlat in tensiune cu conductanta dinamica nula.

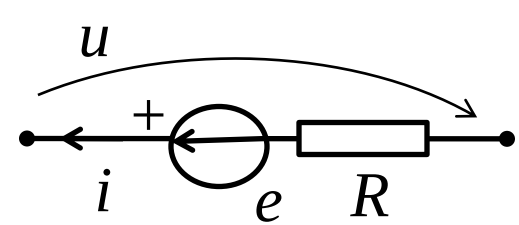


Din punct de vedere energetic sursa este un element activ, care produce puterea $\boxed{P = ui = uj}$ daca u si j au sens opus si consuma putere in caz contrar.

Eelementul idealizeaza sursele reale (se neglijeaza conductanta interna).

Sursele ideale se folosesc la modelarea surselor reale:

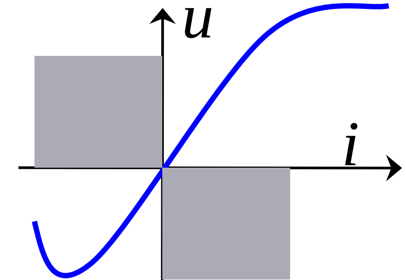
$\boxed{u = e - Ri}$



printr-o sursa ideala de tensiune inseriata cu un rezistor sau cu o sursa ideal de curent in paralel cu un rezistor.

Elemente rezistive neliniare pasive

Conditia de pasivitate: $\boxed{iu > 0}$ graficul functiei caracteristice este inclus in cadranele 1 si 3



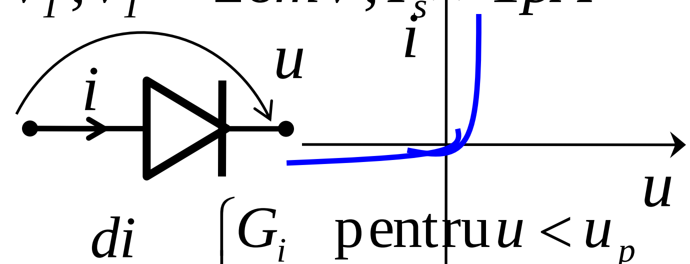
Exemple de modele ale unor elemente reale:

Dioda semiconductoare:

- **Modelul exponential:**

$$i = I_s(e^{u/V_T} - 1);\quad f:\mathbb{R}\to(-I_s,\infty)\Rightarrow G_d = e^{u/V_T} I_s / V_T; V_T \approx 26mV, I_s \approx 1pA$$

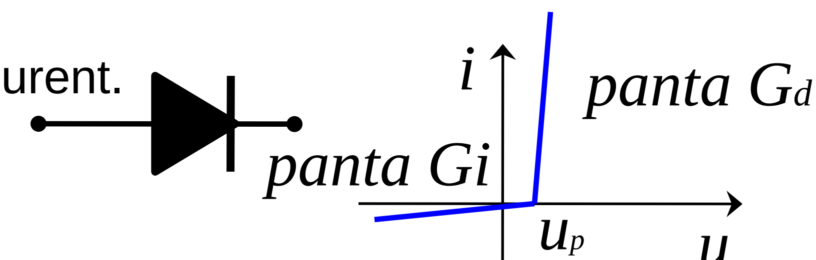
rezistor neliniar pasiv controlat in tensiune dar nu si in curent.



- **Modelul liniar pe portiuni:**

$$i = \begin{cases} G_i u & \text{pentru}\ u < u_p \\ G_i u = G_d u + a & \text{pentru}\ u = u_p \Rightarrow a = (G_i - G_d)u_p; \\ G_d u + a & \text{pentru}\ u > u_p \end{cases} \qquad \frac{di}{du} = \begin{cases} G_i & \text{pentru}\ u < u_p \\ G_d & \text{pentru}\ u > u_p \end{cases}$$

rezistor neliniar pasiv controlabil in tensiune si in curent.



- **Dioda perfecta**

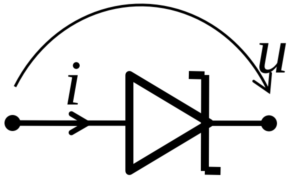
$$i = 0 \ \text{pentru}\ u < 0\ \text{si}\quad u = 0\ \text{pentru}\ i \geq 0$$

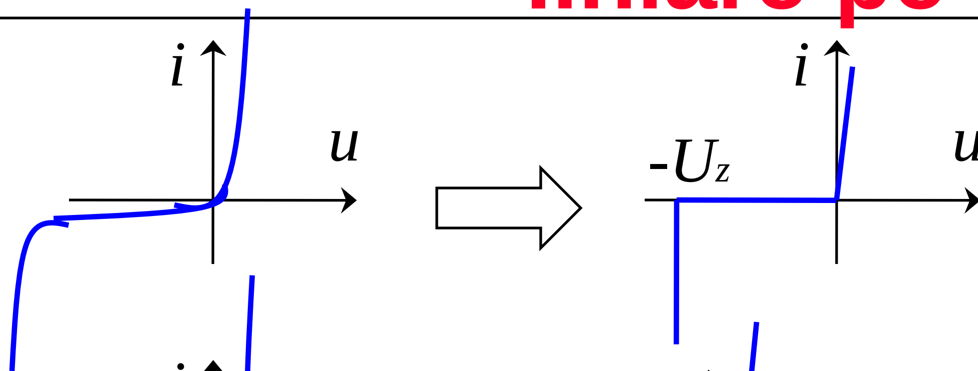
Rezistor pasiv necontrolabil in tensiune sau curent. Se obtine pt. $G_i = 0, G_d \to \infty, u_p = 0$

http://en.wikipedia.org/wiki/Diode_modelling

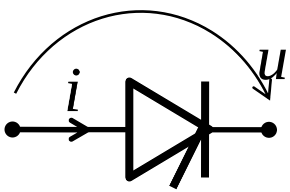
Alte exemple si modelele lor liniare pe portiuni

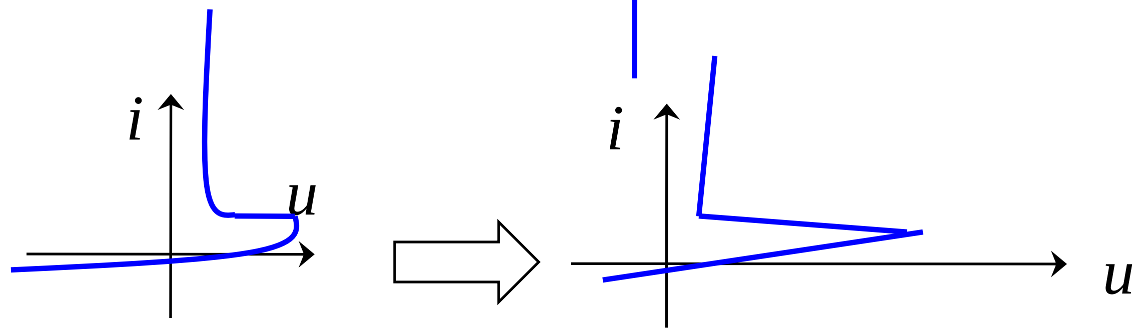
- **Dioda Zener:**





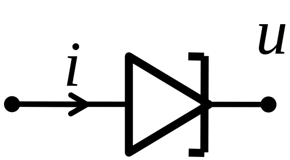
- **Dioda tiristor:**

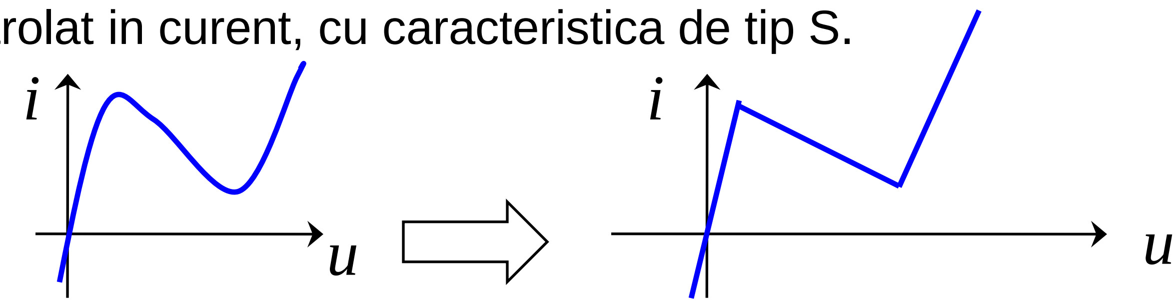




rezistor neliniar pasiv controlat in curent, cu caracteristica de tip S.

- **Dioda tunel**





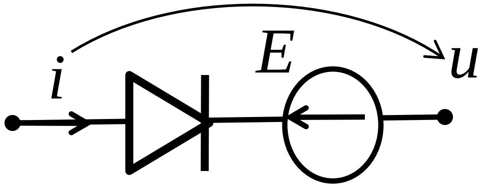
rezistor neliniar pasiv controlat in tensiune, cu caracteristica de tip N.

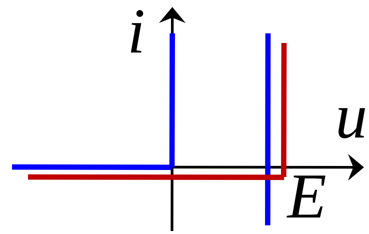
Aceste modele rezistive nu contin efectele dinamice (inductive si capcitive parazite).

Pornind de la punctele de frangere, determinati rezistentele si conductantele dinamice pe fiecare portiune si scrieti relatiile constitutive ca functii cu acolada.

Aplicatii

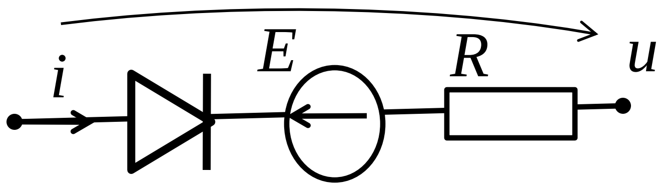
- **Circuitul serie E,DP**

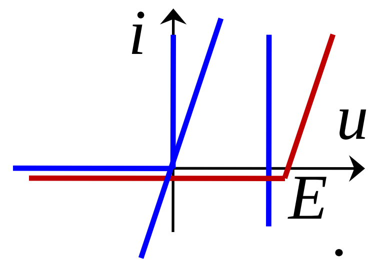




$$u = u_{DP} + E$$

- **Circuitul serie E,R,DP**

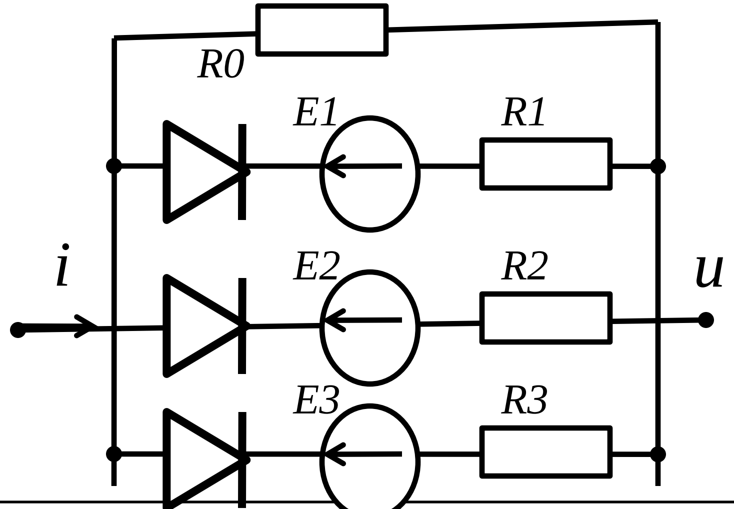


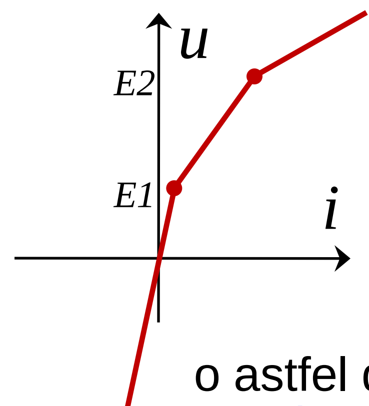


$$u = u_{DP} + E + Ri \Rightarrow$$

$$u = f(i) \Rightarrow i \cong g(u)$$

- **Circuitul scara E,R,DP**





$$i = G_0 u + g_1(u) + g_1(u) + ...$$

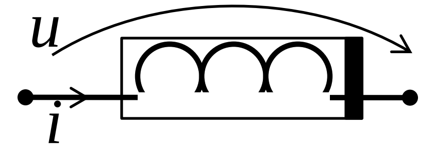
Caracteristica u=f(i) este o functie liniara pe portiuni. Orice functie continua se poate aproxima suficient de bine cu o astfel de functie. → Orice rezistor nelinar se poate modela cu o scara E,R,DP (sau dual). Elementele ideale E/J, R, DP sunt primitive in clasa elementelor rezistive dipolare neliniare.

Bobina neliniara

2. Bobina ideala neliniara

Element dipolar reactiv la care tensiunea la borne este viteza de variatie a unei variabile de stare numita flux si care se afla intr-o relatie functionala cu curentului ce strabte elementul.

Ecuatia constitutiva: $\boxed{u = \dfrac{d\varphi}{dt}; \quad F(\varphi, i) = 0;}$ $\quad F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

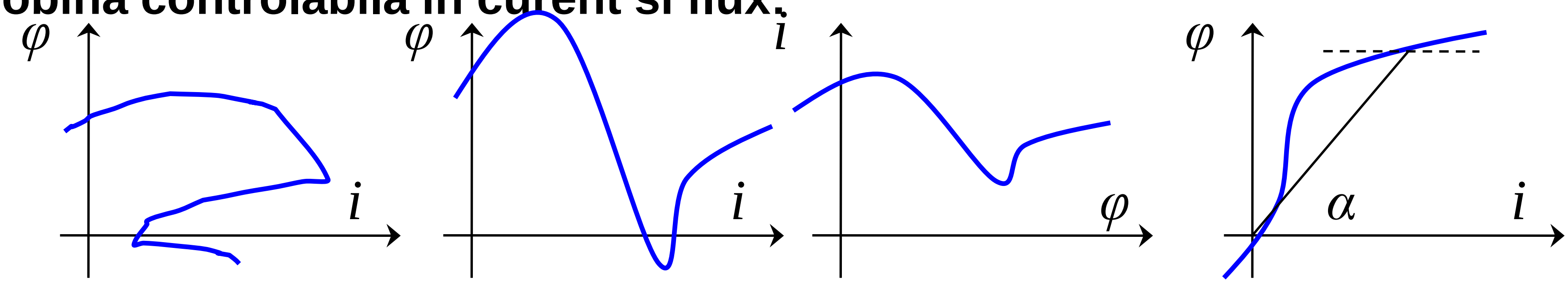


F este functia caracteristica a bobinei. In particular:

Bobina controlata in curent: $\varphi = f(i); \quad f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ − caracteristica Wb - A

Bobina controlata in flux: $i = g(\varphi); \quad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ − caracteristica A - Wb

Bobina controlabila in curent si flux: $\varphi = f(i), i = g(\varphi); \quad f = g^{-1}$



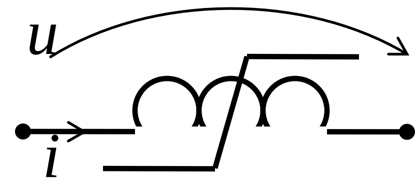
Paramtri carcateristici: inductanta/inductanta inversa statica/dinamica:

$$L_s = \varphi / i = f(i)/i = tg\alpha; \quad L_d = d\varphi / di = f'(i) = tg\beta; \Gamma_s = i/\varphi = g(\varphi)/\varphi = tg\gamma$$

Bobina neliniara controlabila in curent si flux

Bobina ideala neliniara controlata in curent si flux:

Tensiunea la borne este viteza de variatie a fluxului. care este functie de curentului ce strabte elementul.



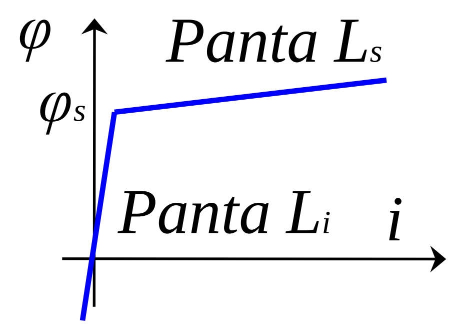
Ecuatia constitutiva:

$$\varphi = f(i) \Rightarrow u = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{df(i)}{dt} = \frac{df(i)}{di}\frac{di}{dt} = \boxed{L_d \frac{di}{dt} = u}$$

$$\varphi(t) = \varphi(0) + \int_0^t u(t)dt \Rightarrow \varphi = f(i) = \varphi_0 + \int_0^t u(t)dt \Rightarrow \boxed{i = g(\varphi_0 + \int_0^t u(t)dt)}$$

Modelarea bobinei cu miez feromagnetic:

$$\varphi = f(i) = \begin{cases} L_s\varphi - a \ \text{ pentru } \varphi < -\varphi_s \\ L_i\varphi \ \text{ pentru} -\varphi_s < \varphi < \varphi_s \Rightarrow a = (L_i - L_s)\varphi_s \\ L_s\varphi + a \ \text{ pentru } \varphi > \varphi_s \end{cases}$$

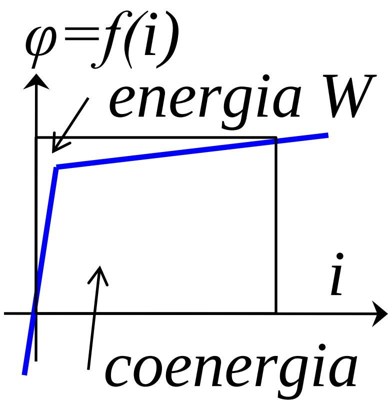


Parametri: inductanta liniara, cea de saturatie si fluxul de saturatie. Elementul are bornele nepolarizate deoarece *f* este impara: $\varphi = f(i) = -f(-i)$

Caracterizare energetica

$$P = ui = i\frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow W_{12} = \int_{t1}^{t2} P(t)dt = \int_{t1}^{t2} i\frac{d\varphi}{dt}dt = \int_{\varphi 1}^{\varphi 2} i\,d\varphi = \int_{\varphi 1}^{\varphi 2} g(\varphi)d\varphi$$

$$\boxed{W = \int_0^{\varphi} g(\varphi')d\varphi'} = \varphi i - \int_0^{i} f(i')di' = \varphi i - \tilde{W} \leftarrow coenergie$$

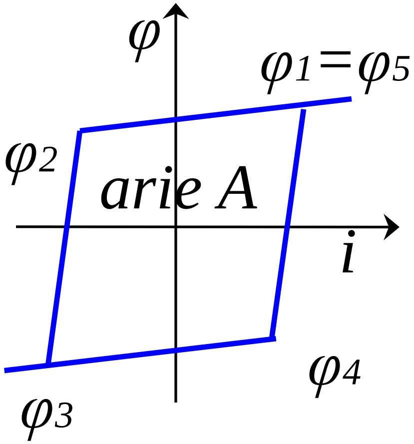


Daca bobina este controlata in curent sau flux, atunce ea este un element reactiv pasiv, acumulator de energie, nedisipativ.

In cazul liniar $\boxed{W = \tilde{W}} = \varphi i - \int_0^{i} Li'di' = \varphi i - Li^2/2 = \varphi i/2$

Daca bobina neliniara are o caracteristica cu histerezis, atunci ea este un element pasiv acumulator de energie disipativ, datorita pierderilor prin histerezis.

Teorema lui Wartburg da expresia acestor pierderi egala cu aria ciclului de histerezis in planul flux-curent:



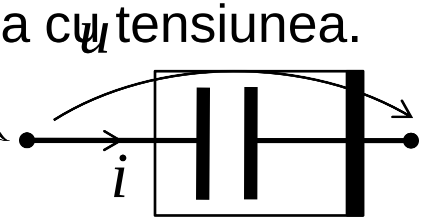
$$W_{if} = \int_{\varphi_i}^{\varphi_f=\varphi_i} i\,d\varphi = \int_{\varphi 1}^{\varphi 2} i\,d\varphi + \int_{\varphi 2}^{\varphi 3} i\,d\varphi + \int_{\varphi 3}^{\varphi 4} i\,d\varphi + \int_{\varphi 4}^{\varphi 5} i\,d\varphi = A$$

Condensatorul neliniar

3. Condensatorul ideal neliniar

Element dipolar la care curentul este egal cu viteza variatiei unei variabile de stare numita sarcina si care se afla intr-o relatie functionala cu tensiunea.

Ecuatia constitutiva: $\boxed{i = \dfrac{dq}{dt}; \quad F(q,u) = 0;}$ $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

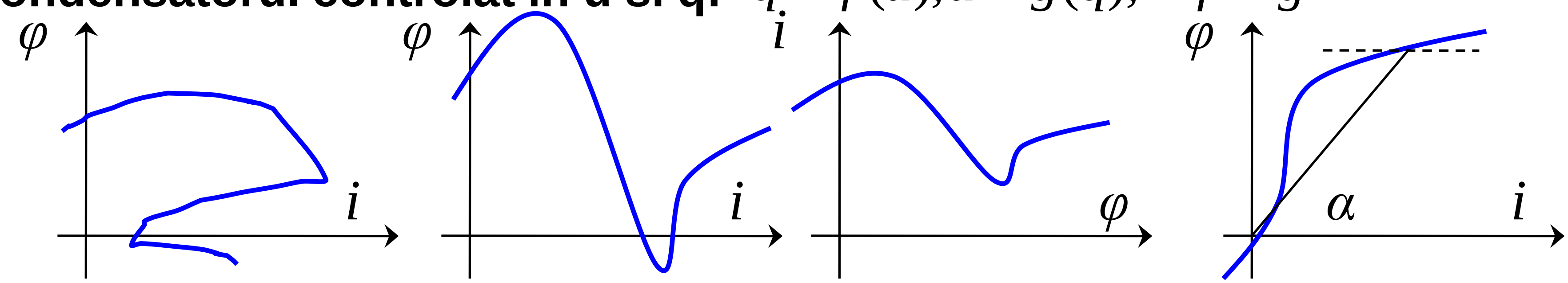


F este functia caracteristica a condensatorului. In particular:

Condensatorul controlat in u: $q = f(u); \quad f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ − caracteristica C-V

Condensatorul controlat in q: $u = g(q); \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ − caracteristica V-C

Condensatorul controlat in u si q: $q = f(u), u = g(q); \quad f = g^{-1}$



Paramtri carcateristici: capacitate/susceptanta statica/dinamica**:**

$$C_s = q/u = f(u)/u = tg\alpha; \quad C_d = dq/du = f'(u) = tg\beta; S_s = u/q = g(q)/q = tg\gamma$$

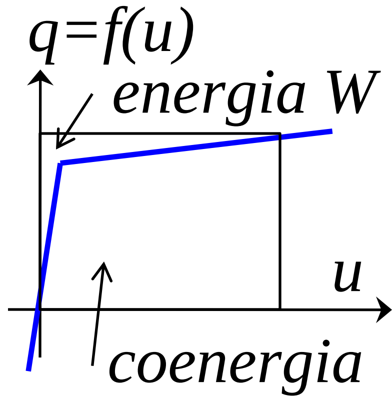
Condensatorul neliniar controlat in u si q

Element dipolar la care curentul este egal cu viteza variatiei unei variabile de stare numita sarcina, care este functie bijectiva de tensiunea la borne.

Ecuatia constutiva:

$$i=\frac{dq}{dt};\quad q=f(u)\Rightarrow i=\frac{df(u)}{dt}=\frac{df}{du}\,\frac{du}{dt}=\boxed{C_d\,\frac{du}{dt}=i}$$

$$q(t)=q(0)+\int_0^t u(t')dt'\Rightarrow u=g(q)=g\left(q(0)+\int_0^t u(t')dt'\right)$$



Caracterizare energetica:

$$P=ui=u\frac{dq}{dt}\Rightarrow W_{12}=\int_{t1}^{t2}P(t)dt=\int_{t1}^{t2}u\frac{dq}{dt}dt=\int_{q1}^{q2}udq=\int_{q1}^{q2}g(q)dq$$

$$W=\int_0^q g(q')dq'=qu-\int_0^u f(u')du'=qu-\tilde{W}\leftarrow coenergie$$

Element reactiv pasiv, acumulator de energie, nedisipativ, dual bobinei neliniare (curentul ia locul tensiunii si invers). Elementele necontrolabile in q sau u, care au caracteristici cu histerezis sunt acumulatoare disipative.

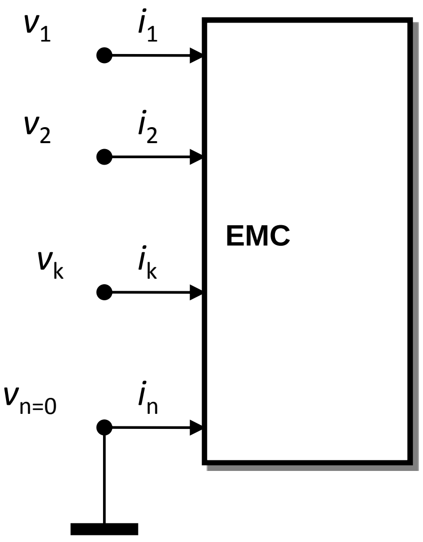
4.6. Elemente rezistive liniare multipolare

Elementul multipolar de circuit (EMC) cu n terminale este caracterizat de :

- **vecorul curentilor** $\mathbf{i} = [i_1, i_2, ..., i_{n-1}]^T \in \mathbb{R}^{n-1}$
- **vectorul potentialelor** $\mathbf{v} = [i_1, i_2, ..., i_{n-1}]^T \in \mathbb{R}^{n-1}$

deoarece terminalul n are curentul egal cu suma curentilor din celelalte terminale si potentialul egal lcu zero, daca este ales terminal de referinta.

Prin definitie, un element este multipolar daca impune relatii liniare intre componentele celor doi vectori. Deosebim:



1. **Rezistorul multipolar controlat liniar in curent:**

$$\boxed{\mathbf{v} = \mathbf{R}\mathbf{i}} \text{ in care } \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1(n-1)} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2(n-1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{(n-1)1} & r_{(n-1)2} & \cdots & r_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n-1)x(n-1)}$$

este **matricea rezistentelor**, cu elementele $r_{kj} = \dfrac{v_k}{i_j}$, cand $i_l = 0$ pentru orice $l \neq j$ numite **rezistente de intrare** pt $k=j$ si rezistente de transfer, in caz contrar.

Rezistoare liniare multipolare

Element reciproc: are matricea rezistentelor simetrica: $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T$

Puterea transferata: $P = \mathbf{v}^T\mathbf{i} = \mathbf{i}^T\mathbf{v} = \boxed{\mathbf{i}^T\mathbf{R}\mathbf{i} = P}$

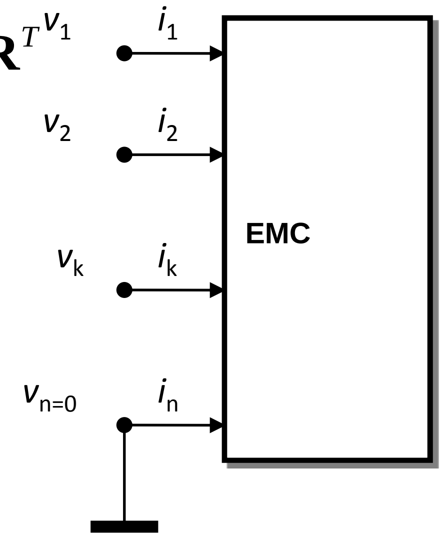
Conditia de pasivitate: $P = \mathbf{i}^T\mathbf{R}\mathbf{i} > 0 \quad \text{pentru} \, \forall \, \mathbf{i} \neq 0$

matricea rezistentelor trebuie sa fie **pozitiv definita.**

Conform criteriului lui Sylvester, aceasta conditie

este indeplinita in cazul matricelor simetrice daca

$$r_{kk} > 0, r_{kk}r_{jj} - r_{kj}r_{jk} > 0 \Rightarrow \boxed{|r_{kj}| < \sqrt{r_{kk}r_{jj}}}$$



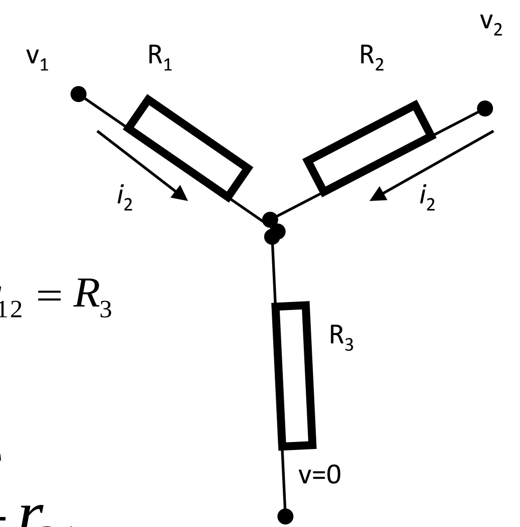
–

Aplicatie: elementul tripolar

Trei rezistoare dipolare pasive conectate in Y satisfac rel:

$$v_1 = R_1 i_1 + R_3(i_1 + i_2) = (R_1 + R_3)i_1 + R_3 i_2 \equiv r_{11}i_1 + r_{12}i_2 \Rightarrow r_{11} = R_1 + R_3, r_{12} = R_3$$

$$v_2 = R_2 i_2 + R_3(i_1 + i_2) = R_3 i_1 + (R_2 + R_3)i_2 \equiv r_{21}i_1 + r_{22}i_2 \Rightarrow r_{22} = R_2 + R_3, r_{21} = r_{12} = R_3$$



Rezulta ca orice element tripolar rezistiv liniar, reciproc

si pasiv poate fi modelat cu trei rezistore ideale conectate

in Y cu valorile: $R_3 = r_{21} = r_{12}, R_1 = r_{11} - r_{12}, R_2 = r_{22} - r_{21}$

Rezistoare liniare multipolare controlate in potential

2. Rezistor multipolar controlat liniar in potential. Ecuatia constitutiva:

$$\boxed{\mathbf{i} = \mathbf{G}\mathbf{v}} \quad \text{in care} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1(n-1)} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2(n-1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{(n-1)1} & g_{(n-1)2} & \cdots & g_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n-1)x(n-1)}$$

este **matricea conductantelor**, cu elementele $g_{kj} = \frac{i_k}{v_j}, \text{cand } v_l = 0 \text{ pentru orice } l \neq j$ numite conductante de intrare pt $k=j$ si conductante de transfer, in caz contrar.

Daca matricea este smetrica $\mathbf{G} = \mathbf{G}^T \Leftrightarrow g_{kj} = g_{jk}$ elementul se numeste reciproc

Conditia de pasivitate impune pozitivitatea matricei G:

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + \ldots + v_{n-1} i_{n-1} = \mathbf{v}^T \mathbf{i} = \mathbf{i}^T \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \mathbf{G} \mathbf{v} > 0 \ \text{ pentru} \forall \mathbf{v}$$

In cazul elementelor reciproce asta implica:

$$g_{kk} > 0, g_{kk} g_{jj} - g_{kj} g_{jk} > 0 \Rightarrow |g_{kj}| < \sqrt{g_{kk} g_{jj}}$$

Daca $\det(\mathbf{G}) \neq 0$ atunci matricea este inversabila $\mathbf{G} = \mathbf{R}^{-1} \Leftrightarrow \mathbf{R} = \mathbf{G}^{-1}$ si mutipolul este controlabil atat in curenti cat si in potentiale.

Aplicatie

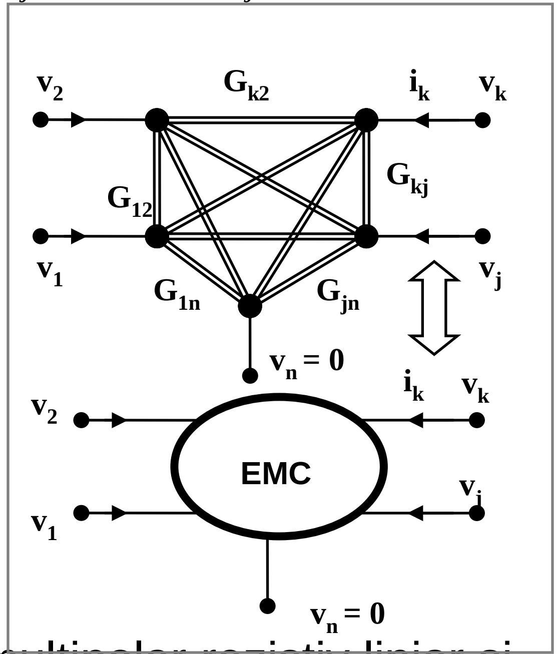
Multipolul liniar si reciproc. Schema echivalenta in poligon complet.

Fie un circuit cu n noduri care are un graf complet, adica intre fiecare pereche de noduri k-jeste conectata conductanta Gkj. Curentul absorbit de nodul k din exterior are expresia:

$$i_k = G_{k1}(v_k - v_1) + G_{k2}(v_k - v_2) + \ldots + G_{kn}(v_k - v_n) = v_k \sum_{j=1}^{n} G_{kj} - \sum_{j=1}^{n-1} G_{kj} v_j \equiv \sum_{j=1}^{n-1} g_{kj} v_j , k = 1 \ldots n$$

In consecinta conductantele de transfer /intrare sunt:

$$g_{kj} = g_{jk} = -G_{kj}, k \neq j = 1,2,\ldots,n-1; \;\; g_{kk} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n} G_{kj}, k = 1,2,\ldots,n-1$$



Matricea G este deci simetrica, are diagonala pozitiva si dominanta, cu elementele nediagonale negative.

Conductanteleor rezistoarelor dipolare se exprima in functie de conductantele de intrare/transfer astfel:

$$G_{kj} = -g_{jk}, k > j = 1,..,n-1; \;\; G_{kk} = g_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{n-1} g_{kj} = \sum_{j=1}^{n-1} g_{kj}, k = 1,..,n-1$$

Teorema modelarii multipolilor reciproci: orice element multipolar rezistiv liniar si reciproc, controlat in potentiale admite o schema echivalenta formata numai din rezistoare dipolare conectate in poligon complet. In cazul n=3: schema echivalenta este in triunghi. Schema Δ se generalizeaza pentru n>3 in schimb cea in Y nu.

3. Rezistor multipolar controlat hibrid.

O parte din terminale sunt controlate in curent iar restul in tensiune:

Intrarea: $\mathbf{x} = [i_1, i_2, \ldots, i_m, v_{m+1}, v_{m+2}, \ldots, v_{n-1}]^T = [\mathbf{i}_a, \mathbf{v}_a]^T \in \mathbb{R}^{n-1},$

$$\mathbf{i}_a = [i_1, i_2, \ldots, i_m]^T \in \mathbb{R}^m, \mathbf{v}_a = [v_{m+1}, v_{m+2}, \ldots, v_{n-1}]^T \in \mathbb{R}^{n-m-1}$$

Iesirea: $\mathbf{y} = [v_1, v_2, \ldots, v_m, i_{m+1}, i_{m+2}, \ldots, i_{n-1}]^T = [\mathbf{v}_d, \mathbf{i}_d]^T \in \mathbb{R}^{n-1}$

$$\mathbf{v}_d = [v_1, v_2, \ldots, v_m]^T \in \mathbb{R}^m, \mathbf{i}_d = [i_{m+1}, i_{m+2}, \ldots, i_{n-1}]^T \in \mathbb{R}^{n-m-1}$$

Ecuatia constitutiva este relatia liniara intre acesti vectori:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_d \\ \mathbf{i}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{A} \\ \mathbf{B} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_a \\ \mathbf{v}_a \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} \in \mathbb{R}^{mxm}, \mathbf{G} \in \mathbb{R}^{(n-m-1)x(n-m-1)}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x},} \quad \mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(n-1)x(n-1)}$$

A/B – factori de transfer in tens./curent

- matricea hibrida (**R** pt $m=n-1$, **G** pt $m=0$)

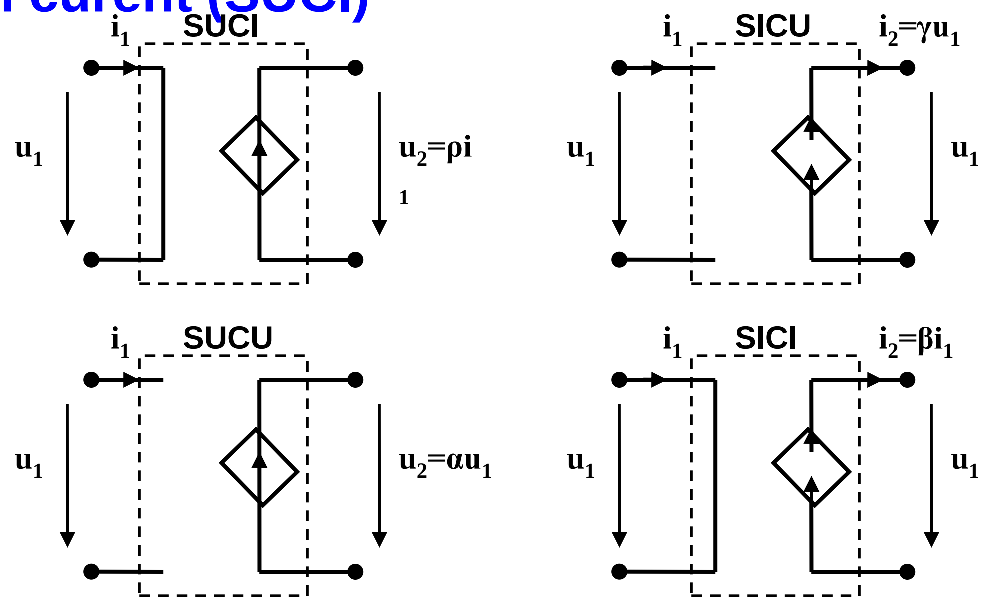
Conditia de pasivitate: $p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + \ldots + v_{n-1} i_{n-1} = \mathbf{x}^T \mathbf{y} = \mathbf{y}^T \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{y} > 0$

Conditia de reciprocitate: $\mathbf{H} = \mathbf{H}^T$. Aceast caz generalizeaza cazurile anterioare.

4.7.Surse comadate liniar

Urmatorii cuadripoli sunt elemete rezistive liniare si nereciproce sunt ideale deoarece au fiecare au doar un singur parametru

1. Sursa de tensiune comandata in curent (SUCI)



$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_2 = \rho i_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \rho & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{u} = \mathbf{R}\mathbf{i}$$

2. Sursa de curent comandata in tensiune (SICU)

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ i_2 = \gamma i_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{i} = \mathbf{G}\mathbf{u}$$

3. Sursa de tensiune comandata in tensiune (SUCU)

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ u_2 = \alpha u_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{x} = \mathbf{H}'\mathbf{y}$$

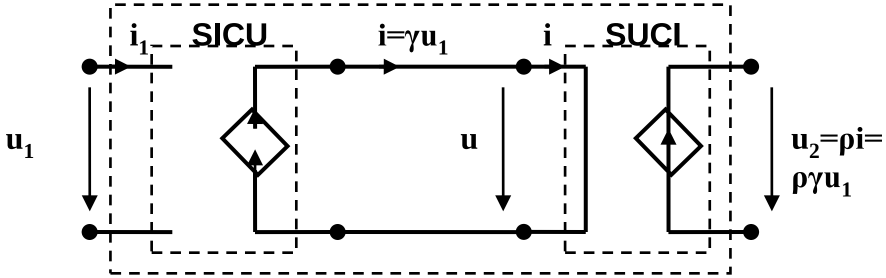
$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ i_2 = \beta i_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}$$

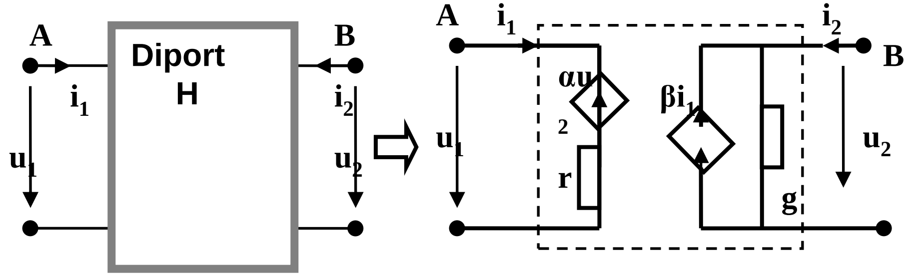
4. Sursa de curent comandata in curent (SUCU)

Aplicatii – Modelarea cu surse comandate

- **Inlantuirea surselor comandate. Surse primitive.**

Sursele comandate nu s epot transfigura una in alta deoarece matricele lor sunt singulare. Totusi sunt primitive doar SICU-SUCI deoarece prin inlantuirea acestor surse se obtin **SUCU=SICU+SUCI si SICI=SUCI+SICU**





- **Modelarea multipolilor liniari cu rezistoare si surse comandate**

$$u_1 = ri_1 + \alpha u_2 \equiv h_{11}i_1 + h_{12}u_2$$
$$i_2 = \beta i_1 + gu_2 \equiv h_{21}i_1 + h_{22}u_2$$

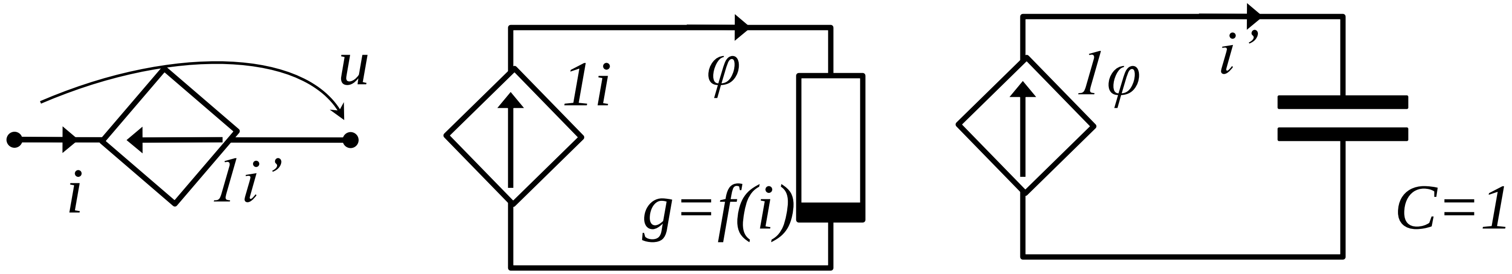
Termenii din relatia constitutva a unui multipol cotrolat hibrid se pot interpreta ca tensiunile/curentii unor rezistoare sau surse comandate inseriate/in paralel**.**

Teorema modelarii multipolilor liniari: orice multipol rezistiv liniar cu n terminale reciproc sau nereciproc se poate modela cu n-1 rezistoare liniare si (n-1)(n-2) surse comandate liniar (de tip SICU, SUCI simple sau inlantuite).

Modelarea elementelor reactive neliniare cu surse comandate

- **Modelarea bobinei neliniare** $u = \frac{d\varphi}{dt}; \varphi = f(i)$

Ecuatia constitutiva va fi modelata prin circuite cuplate prin surse comandate, unul care realizeaza integrarea si altul care descrie neliniaritatea. Daca al doilea circuit este rezistiv, atunci el se numeste circuit magnetic si se poate modela cu o scara E, R, DP. Curentul din circuitul magnetic este chiar fluxul iar tensiunea este proportionala cu curentul din bobina (SUCI). Caracteristica neliniara (gm) este chiar caracteristica de magnetizare a bobinei. Tensiunea la bornele bobinei este proportionala curentul din circuitul de derivare (SUCI), alcatuit dintr-un condensator liniar cu C=1F, alimentat de o sursa de tensiune (SUCI) proportionala cu fluxul. Modelul contine deci un rezistor (ne)liniar, un condensator liniar si trei SUCI cu parametru unitar.



- **Modelarea condensatorului neliniar** $i = \frac{dq}{dt}; q = f(u)$

Fiind dual bobinei, condensatorul neliniar se modeleaza similar cu trei SICU.

Amplificatorul operational (AO) componenta electronica – element real de circuit capabil sa efectueze in diferite circuite o gama larga de operatii algebrice sau analitice. Are termialele:

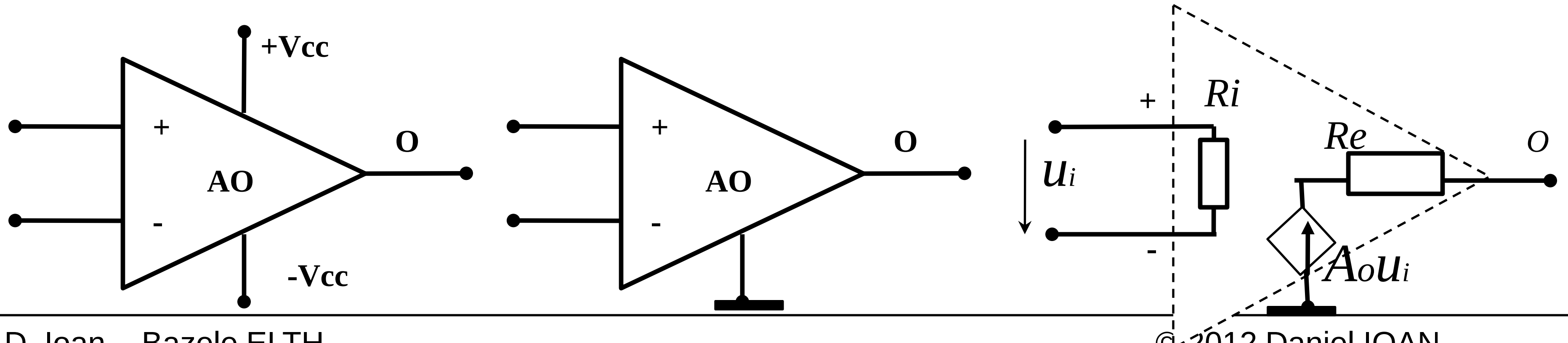
- doua terminale de intrare: inersoare (-) si neinversoare (+)
- un terminal de iesire (O)
- doua terminale de alimentare (+Vcc, -Vcc)

Incapsuland elementul cu sursa de alimentare simetrica si extragand terminalul de masa comuna a celor doua surse se obtine un element cuadripolar: cu doua terminale de intrare, unul de iesire si unul de masa.

Modelul liniar cu surse comandate al acestui element are urmatorii parametri:

- Rezistenta de intrare, de valoare foarte mare: $R_i = 10^5 - 10^6 \Omega$
- Rezistenta de iesire, de valoare mica $R_e = 10 - 100\Omega$
- Amplificarea enorma in bucla deschisa (factorul de amplificare in tensiune) $A_0 = 10^5 - 10^6$

Elementul este nereciproc deoarece efectul iesirii asupra intrarii este neglijabil (unidirectional)



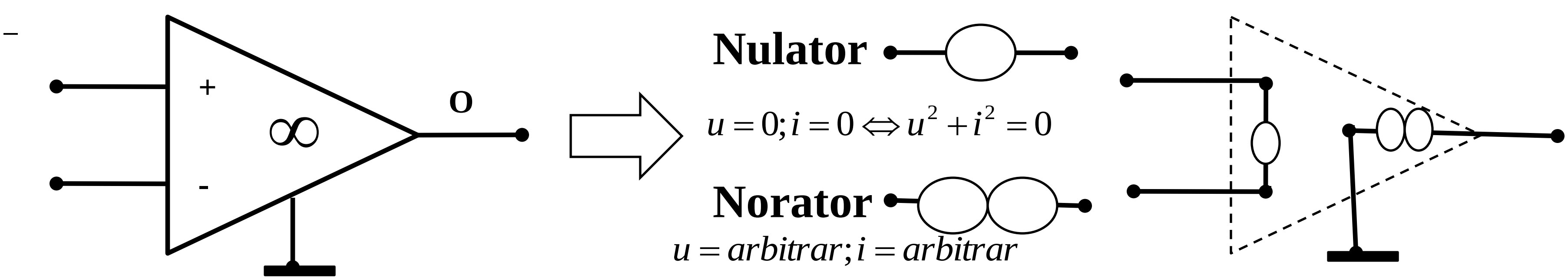
Amplificatorul operational perfect

Idealizand modelul.I amplificatorului operational astfel $R_i \to \infty;\ R_e \to 0;\ \ A_0 \to \infty;$
se obtine un SUCU cu factor de amplificare foarte mare (teoretic infinit).

$$\begin{cases} i_i = u_i / R_i \\ u_e = A_0 u_i - R_e i_e \end{cases} \xRightarrow[R_e \to 0]{R_i \to \infty} \begin{cases} i_i = 0 \\ u_i = u_e / A_0 \end{cases} \xRightarrow{A_0 \to \infty} \boxed{\begin{cases} i_i = 0 \\ u_i = 0 \end{cases}}$$

Acesta este un element ideal cuadripolar numit **amplificatorul operational perfect (AOP).**

Idealizarea se poate aplica doar daca AO este intr-un circuit cu reactie negativa! Acasta deoarece in mod “misterios” tensiunea de intrare se anuleaza tocmai datorita reactiei.



La randul sau AOP se poate modela cu o pereche de elemente dipolare digenerate: un nulator la intrare si un norator la iesire, pereche numita **nulor.**

Nulatorul are si tensiunea nule (graful functiei caracteristice F se reduce la origine iar **noratorul** le are pe amandoua arbitrare (graful functiei caracteristice F se extinde la intreg planul u-i).

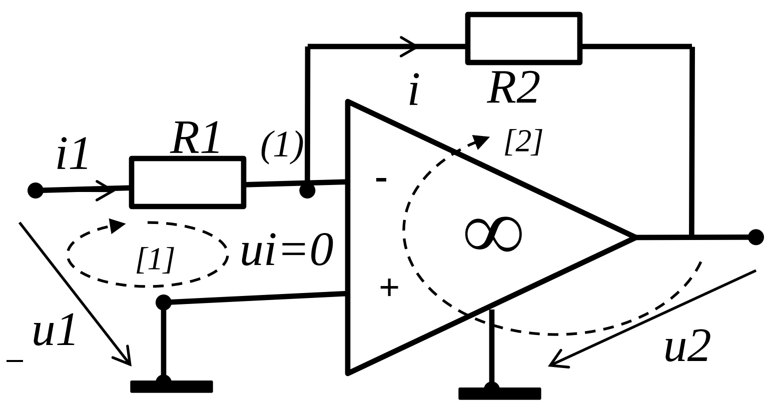
Aplicatii. Circuite cu AO si reactie negativa

1. Montajul inversor

Are reactie negativa: o parte a semnalului de iesire este intors la terminalul de intrare negatva.

Amplificarea in tensiune a montajului este

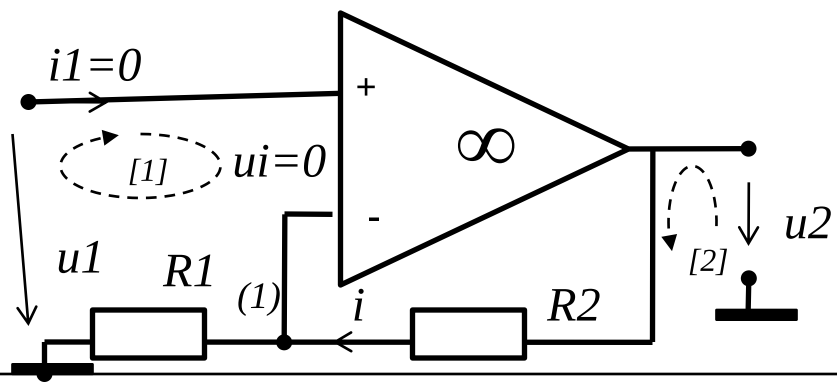
$$[1]: R_1 i_1 - u_i - u_1 = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{u_1}{R_1}; \qquad (1): i_1 = i$$



$$[2]: R_2 i + u_2 = 0 \Rightarrow u_2 = -R_2 i \Rightarrow$$

$$u_2 = -\frac{R_2}{R_1} u_1 \Rightarrow \boxed{A_u =_{def} \frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

2. Montajul neinversor



$$[1]: u_i + R_1 i - u_1 = 0 \Rightarrow i = \frac{u_1}{R_1}; \qquad (1): i_1 = i$$

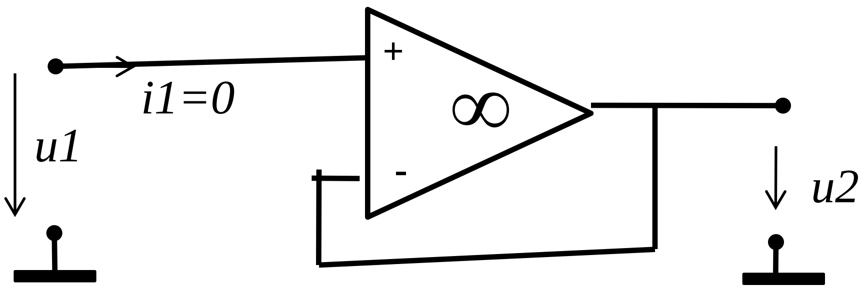
$$[2]: R_2 i + R_1 i - u_2 = 0 \Rightarrow u_2 = (R_1 + R_2) i \Rightarrow$$

$$u_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} u_1 \Rightarrow \boxed{A_u = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

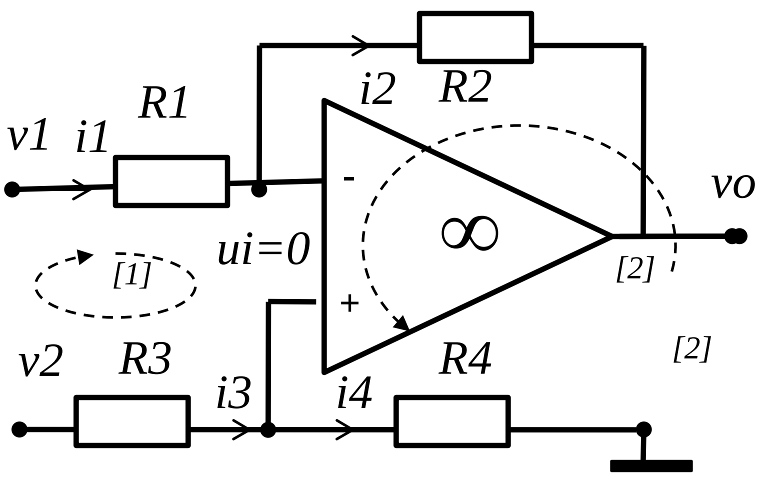
Aplicatii. Circuite cu AOP (cont)

3. Montajul repetor

Montajul neinversor in care $R_2 = 0; R_1 \to \infty \Rightarrow A_u = 1 \Rightarrow \boxed{u_2 = u_1}$



4. Montajul diferential



$$[1]: -v_1 + R_1 i_1 - R_3 i_3 + v_2 = 0$$

$$(1): i_1 = i_2; (2): i_3 = i_4$$

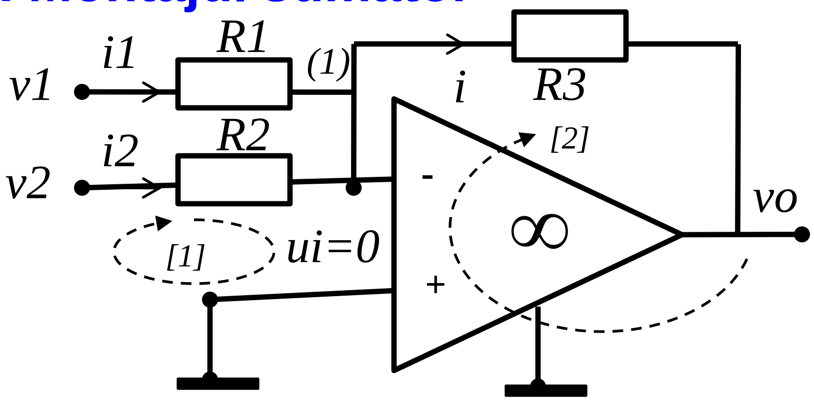
$$[2]: -R_2 i_2 + R_4 i_4 - v_o = 0 \Rightarrow$$

$$v_o = R_4 i_4 - R_2 i_2; R_3 i_3 - R_1 i_1 = v_2 - v_1$$

$$R_4 = R_3; R_2 = R_1 \Rightarrow \boxed{v_o = v_2 - v_1}$$

Aplicatii. Circuite cu AOP (cont)

3. Montajul sumator

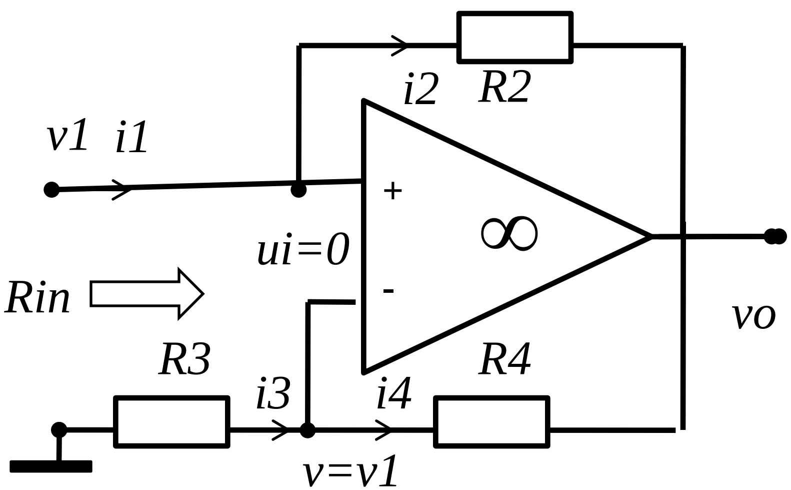


$$[1]: i_1 = \frac{v_1}{R_1}; i_2 = \frac{v_2}{R_2}; \ldots \quad (1): i = i_1 + i_2 + \ldots$$

$$[2]: v_o = -Ri \Rightarrow v_o = -R\left(\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \ldots\right)$$

$$R_1 = R_1 = \ldots = R \Rightarrow \boxed{-v_o = v_1 + v_2 + \ldots}$$

4. Convertor de negativarea rezistentei



$$v_1 = v \Rightarrow i_3 = i_4 = -v / R_3$$

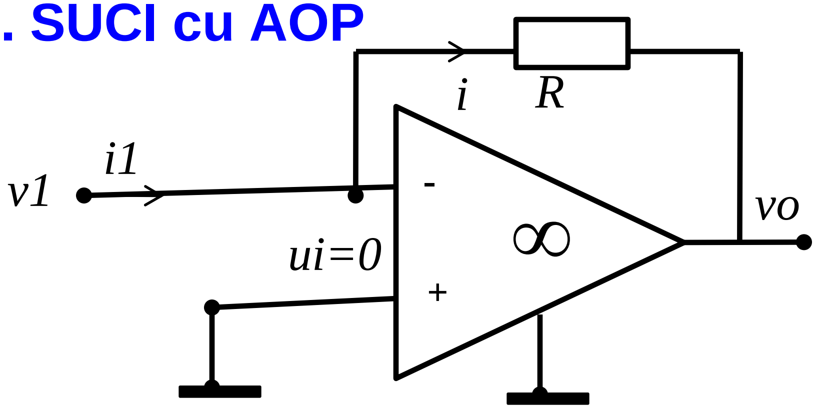
$$v_o = (R_3 + R_4) i_3 = v_1 (1 + R_4 / R_3)$$

$$i_1 = i_2 = (v_1 - v_o) / R_2 = -\frac{v_1 R_4}{R_2 R_3}$$

$$R_3 = R_4 \Rightarrow i_1 = -\frac{v_1}{R_2} \Rightarrow \boxed{R_{in} = -R_2}$$

Modelarea surselor comandate cu AOP

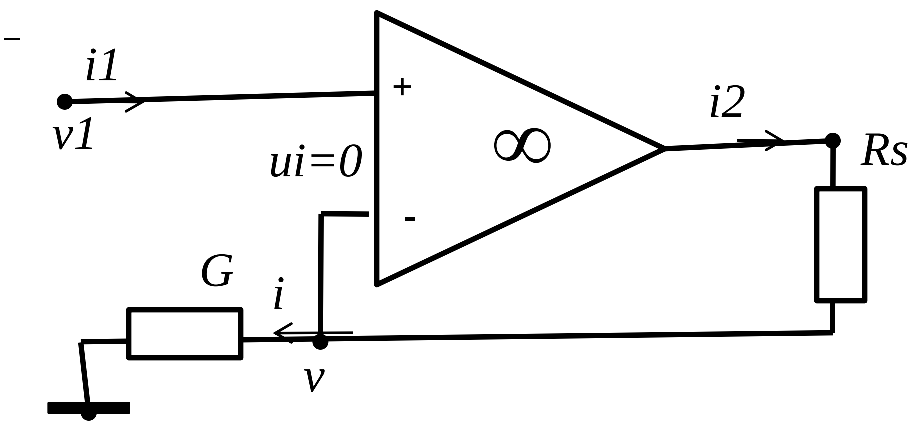
3. SUCI cu AOP



$$v_1 = 0$$

$$i = i_1 \Rightarrow \boxed{v_o = -Ri_1}$$

4. SICU cu AOP



$$i_1 = 0$$

$$v = v_1 \Rightarrow i = \boxed{i_2 = Gv_1}$$

Rezulta deci ca **AOP este element primitiv** in clasa elementelor ideale multipolare nereciproce. Orice element rezistiv liniar multipolar se poate modela cu rezistoare dipolare liniare si AOP-uri.

4.9. Elemente liniare multipolare reactive si reciproce

1. Bobinele ideale liniare cuplate mutual

sunt un elemente multiport la care tensiunile sunt combinatii liniare ale vitezei de variatie in timp a curentului din porturi. In cazul a n bobine:

$$\boxed{\mathbf{u} = \mathbf{L}\frac{d\mathbf{i}}{dt}} \text{ in care } \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{nxn}; \mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \\ i_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n}; \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \\ u_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n}$$

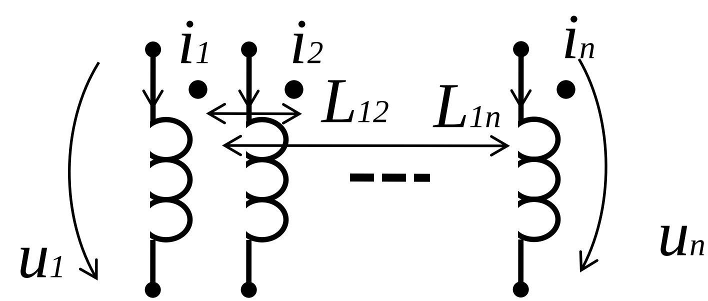
este **matricea inductantelor**, cu elementele $L_{jk} = L_{kj} \Leftrightarrow \mathbf{L} = \mathbf{L}^T$

numite inductante proprii pt $k=j$ si inductante mutuale, in caz contrar.

Sensurile de referinta pentru curent si tensiune

sunt **asociate in mod standard,** daca

- sunt orientate dupa regula de la receptoare
- toti curentii intra in bobine prin bornele polarizate



Schimbarea bornei polarizate determina schimbarea senmnului ind. mutuale.

Elemente liniare reactive reciproce (cont)

Caracterizare energetica

$$p = \mathbf{i}^T\mathbf{u} = \mathbf{i}^T\mathbf{L}\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\mathbf{i}^T\mathbf{L}\mathbf{i}\right) \Rightarrow \boxed{\mathrm{W} = \frac{1}{2}\mathbf{i}^T\mathbf{L}\mathbf{i} > 0} \ \mathrm{pt}\ \forall \mathbf{i} \neq 0$$

Bobinele cuplate mutual sunt un element pasiv, acumulator de energie, daca matricea inductanteleor este pozitiv definita. Inductantele mutuale suntpozitive iar cele mutuale sunt mai mici decat media geometrica a inductanteleor proprii $L_{kk} > 0, L_{kk}L_{jj} - L_{kj}L_{jk} > 0 \Rightarrow \left|L_{kj}\right| = M < \sqrt{L_{kk}L_{jj}}$

2. Condensatoarele ideale liniare multipolare

sunt un elemente multipolare la care curentii sunt combinatii liniare ale vitezei de variatie in timp a potentialului terminalelor.

$$\mathbf{i} = \mathbf{C}\frac{d\mathbf{v}}{dt} \text{ in care } \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{nxn}; \mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \\ i_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n}; \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \\ v_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n}$$

In cazul elementelor reciproce si pasive, **C** este simetrica si pozitiv definita.

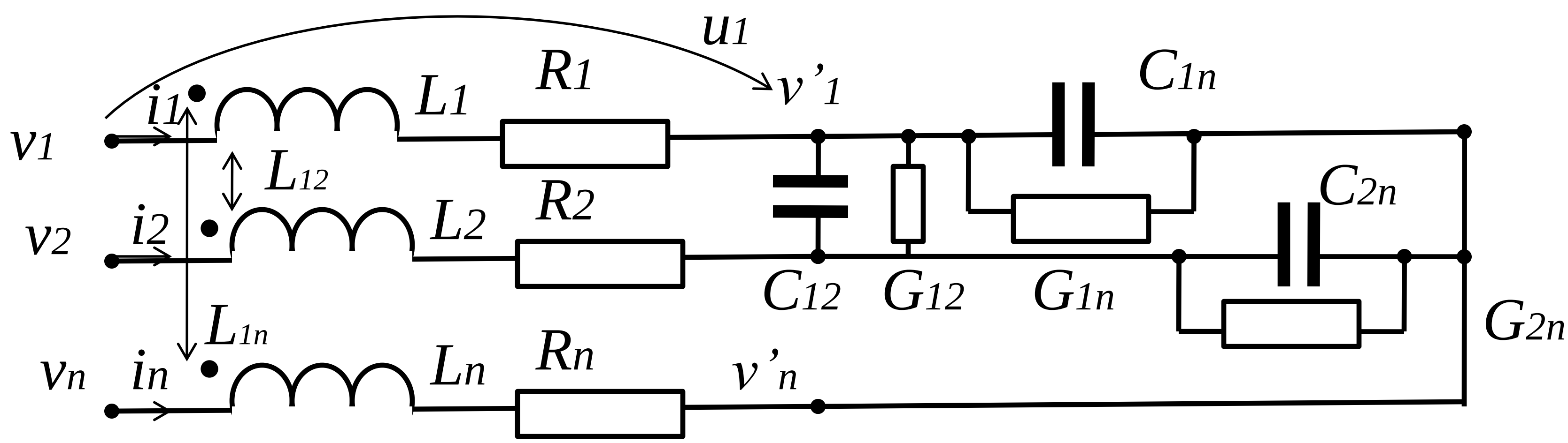
Teorema modelarii mutipolilor reciproci si pasivi cu elemente dipolare conectate in poligon complet (aici condensatoare) se aplica si aici

Aplicatie. Modelarea bobinelor reale cuplate

Consideram n armaturi conductoare scufundate intr-un izolant imperfect si alimentate prin fire conductoare. Conform rezultatelor din cap3, relatiile intre curenti si tensiuni au forma

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{v}' = \mathbf{L}\frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{R}\mathbf{i}; \qquad \mathbf{i} = \mathbf{C}\frac{d\mathbf{v}'}{dt} + \mathbf{G}\mathbf{v}';$$

carora le corespunde urmatorul model cu elemente ideale RLMCG:



Principalala idealizare a condensatoareleor si bobinelor cuplate ideale este neglijarea pierderilor (R, G) . Modelul are rezistoare inseriate cu bobinele si in paralel cu condenstoarele. Parametrii RLCG se determina din campul in regim EC, MG si ES. Acest model trebuie imbunatatit la frecvente mari (cand adancimea de patrundere < diametrul firelor iar lungimea de unda < dimensiunea sistemului), considerand efectul pelicular si propagarea de-a lungul firelor si in izolant.

4.10. Multipoli liniari reactivi si nereciproci

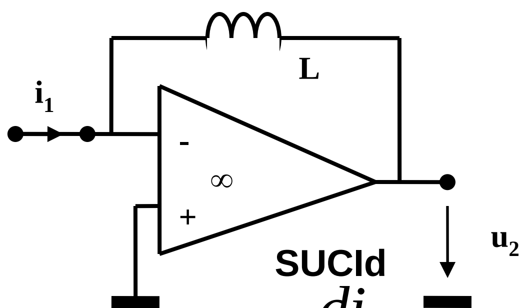
In general. rezistor multipolar are ecuatiile constitutive de forma:

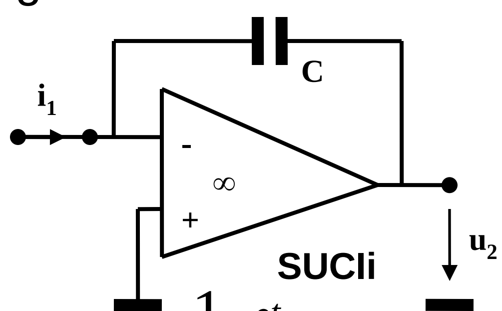
$$\mathbf{y} = \mathbf{Hx}, \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{(n-1)}; \mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(n-1)x(n-1)}$$

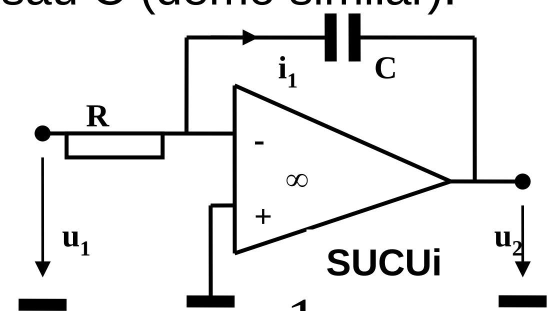
in care atat vectorii marimilor de intrare si iesire cat si matricea parametrilor hibrizi au elementele numere reale. Elementele reciproce au $\mathbf{H} = \mathbf{H}^T$

In cazul reactiv: $\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{Hx},} \quad \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} : (t_{\min}, t_{\min}) \to \mathbb{R}^{(n-1)}; \boldsymbol{H} : \{\boldsymbol{x}\} \to \{\boldsymbol{y}\}$

Marimile de intrare si iesire sunt semnale (functii de timp) in timp ce matricea hibrida are elementele operatori integro-diferentiali. Daca ***H*** este nesimetrica, atunci elementul este nereciproc. Si in cazul elemntelor reactive cele mai simple elemente nereciproce sunt **sursele comandate,** dar acum sunt **in derivata sau integrala** fata de timp a semnalului de intratre. Si de aceasta data ele se pot modela cu AOP, numai ca in locul rezistorului, in reactie gasim un element reactiv L sau C (demo similar).

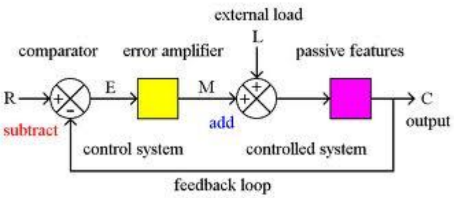






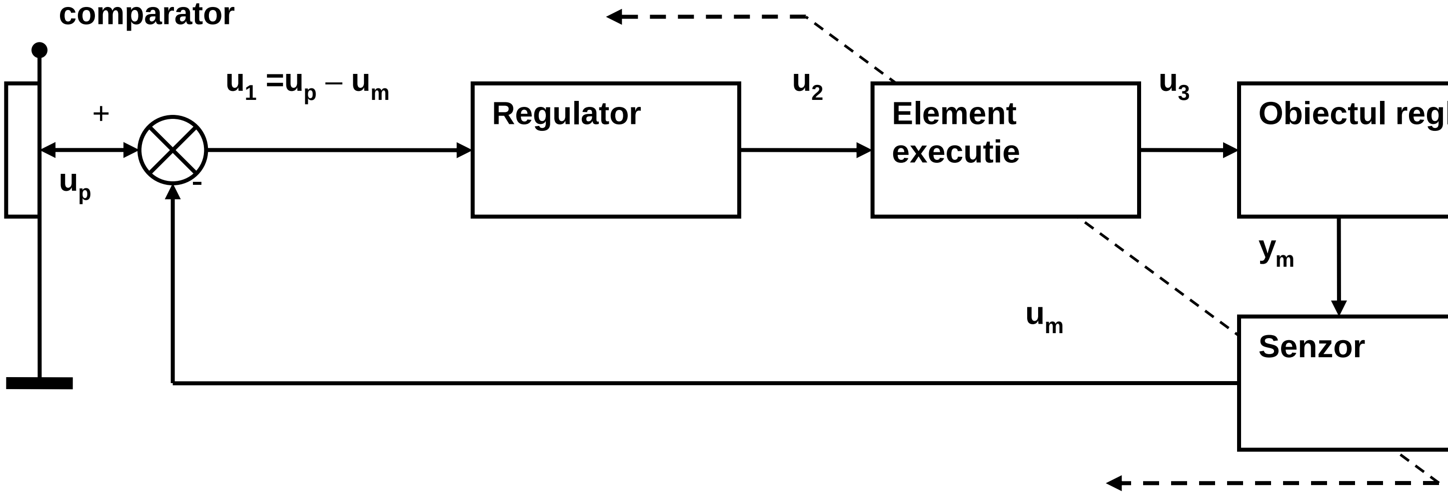
$$u_1 = 0; u_2(t) = -L\frac{di_1}{dt} \qquad u_2(t) = -\frac{1}{C}\int_0^t i_1(t')dt' \qquad u_2(t) = -\frac{1}{RC}\int_0^t u_1(t')dt'$$

Teorema de modelare cu AOP se extinde si la elementele multipolare reactive.



Aplicatii ale elementelor derivatoare si integratoare

Bucla de reglare automata cu reactie negativa:

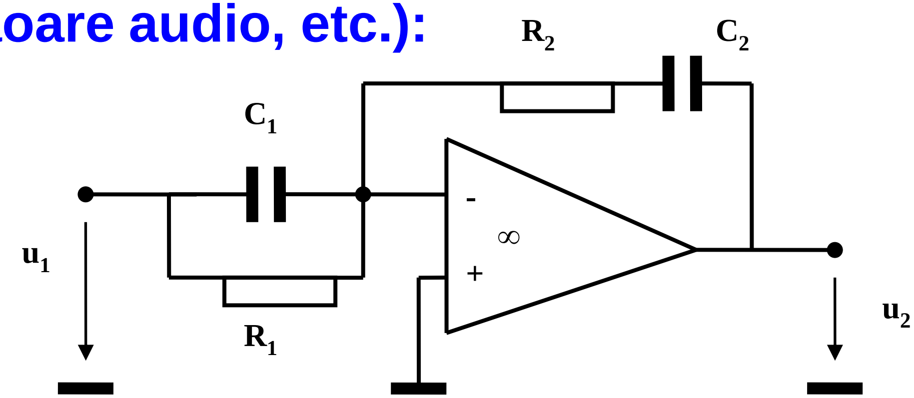


Mentine automat nivelul dorit pentru marimea reglata ym, in functie de valoarea prescrisa up. Comparatorul este un montaj diferntial iar regulatorul este un cuadripol reactiv nereciproc de tip PID (proportional, derivativ, integrator sau combinatii ale acestora), proiectat optimal pentru obiectul reglat. Astfel indiferent de perturbatii, regulatorul actioneaza prin intermediul elementului de executie asupra obiectului reglat pana cand semnalul diferential u1 este adus prin calea de reactie negativa cat mai repede si fara instabilitati la valoare nula, corespunzatoare echilibrului dorit: um=up.

Daca u1 > 0, sau u1 < 0 atunci u2, u3, ym, um cresc respectiv scad pana cand u1 se anuleaza. Acesta este “misterul” reactiei negative.

Aplicatii - schemele regulatoarelelor PID,PI,PD,P

Regulator PID cu AOP (filtre, egalizaoare audio, etc.):



$$i_1 = \frac{u_1}{R_1} + C_1 \frac{du_1}{dt}$$

$$-u_2(t) = R_2 i_1 + \frac{1}{C_2}\int_0^t i_1(t')dt'$$

$$u_2(t) = -R_2\left(\frac{u_1}{R_1} + C_1\frac{du_1}{dt}\right) - \frac{1}{C_2}\int_0^t\left(\frac{u_1}{R_1} + C_1\frac{du_1}{dt}\right)dt' \Rightarrow$$

$$\boxed{u_2(t) = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}\right)u_1 - \frac{1}{C_2R_1}\int_0^t u_1 dt' - R_2C_1\frac{du_1}{dt} = k_p u_1 + k_i\int_0^t u_1 dt' + k_d\frac{du_1}{dt}}$$

Regulator PI (filtru trece jos): $C_1=0$

Regulalator PD (filtru trece sus): se elimina R_1 (devine izolator perfect)

Regulator P: se elimina C1 si se scurtcircuiteaza C2

Aplicatii – Sisteme si circuite

Modelul de starea al sistemeleor dinamice liniare invariante in timp (LTI):

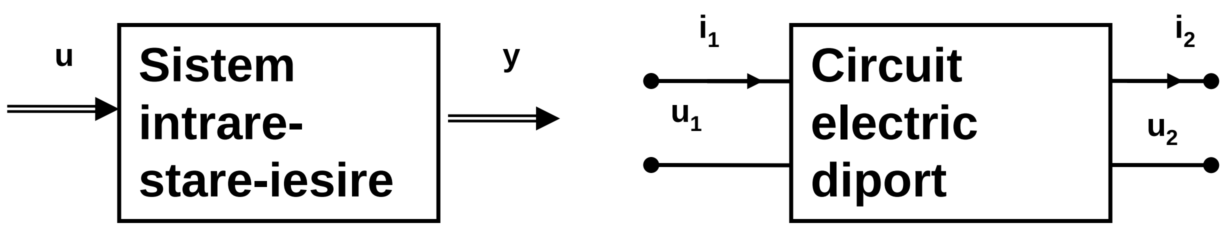
$$\boxed{\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{B}\mathbf{u}\\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}+\mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned}}$$

Ecuatiile fundamnetale ale teoriei sitemelor liniare

- $\mathbf{x}(t)\in\mathbb{R}^m$ este vectorul variabilelor de stare (*m* variabile interne, “ascunse” ce descriu starea sistemului)
- $\mathbf{u}(t)\in\mathbb{R}^{n1}$ este vectorul semnalelor de intrare, n_1 fiind numarul intrarilor
- $\mathbf{y}(t)\in\mathbb{R}^{n2}$ este vectorul semnalelor de iesire, n_2 fiind numarul iesirilor.
- Matricele ce descriu sistemul au dimensiunile:

$$\mathbf{A}\in\mathbb{R}^{mxm},\mathbf{B}\in\mathbb{R}^{mxn1},\mathbf{C}\in\mathbb{R}^{n2xm},\mathbf{D}\in\mathbb{R}^{n2xn1}$$

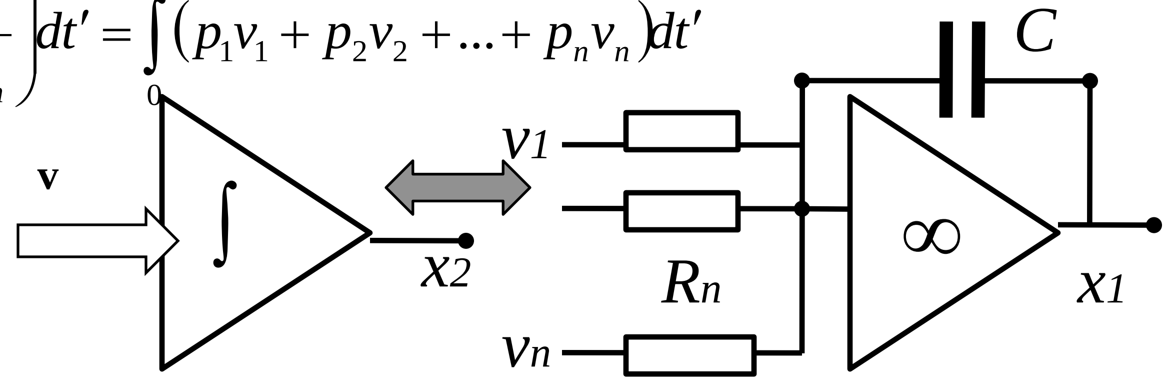
- **Sisteme si circuite:** la sisteme transferul semnaleleor este unidirectional (de la intrare spre iesire) la circuite el e bidirectional (sensurile sunt conventionale)



Aplicatii – Calculatorul analogic

Circuitul sumator-integrator:

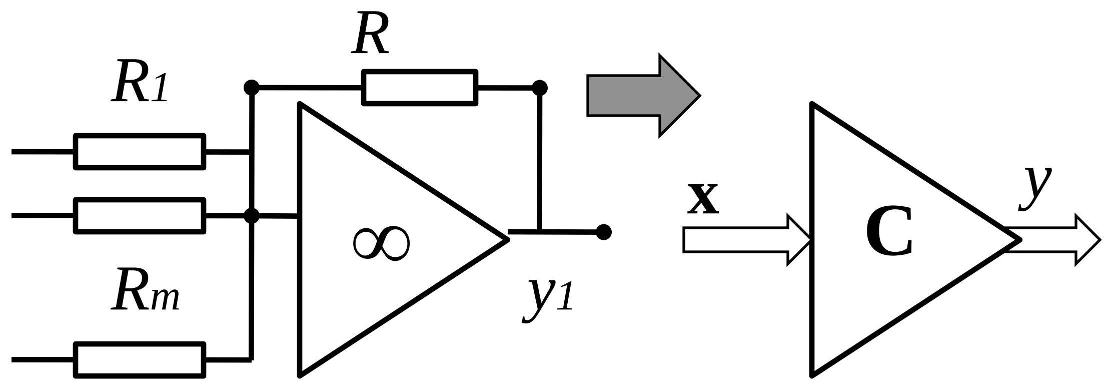
$$x_1(t) = -\frac{1}{C}\int_0^t \left(\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \ldots + \frac{v_n}{R_n}\right) dt' = \int_0^t \left(p_1 v_1 + p_2 v_2 + \ldots + p_n v_n\right) dt'$$



Cu m circuite de acest fel:
se obtine circuitul cu n intrari si m iesiri caracterizat de matricea **B** de dim mxn, Circuit care are m AOP si mxn rezistoare.

$$\mathbf{x}(t) = \int_0^t \mathbf{B}u(t')dt'$$

Circuitul de sumare ponderata:



$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

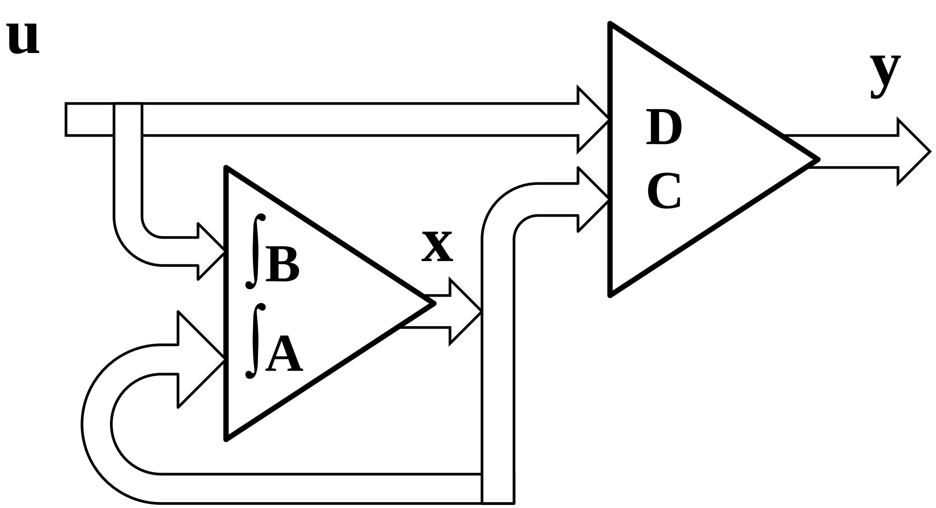
caracterizat de matricea **C** de dim nxm
este format din n circuite de sumare cu m intrari

Aplicatii – Calculatorul analogic (cont)

Deoarece circuitele capcitive de integrare sunt mai precise si mai stabile decat cele inductive-derivative, ecuatiile de stare vor fi rescrise astfel:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\int_0^t \mathbf{x}(t')dt' + \mathbf{B}\int_0^t \mathbf{u}(t')dt'$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}$$



Cu schema alaturata alcatuita din m

Condensatoare, m+n2 AOP-uri si

(m+n1)x(m+n2)+n2 rezistoare.

Aceasta schema electrica bloc reprezinta realizarea printr-un circuit electric a unui sistem liniar descris de ecuatiile lui de stare.

Calcuatorul analogic este un dispozitiv de mult depasit, dar importanta sa teoretica ramane actuala si este evidentiata de:

Teorema realizarii sistemelor liniare. Orice sistem descris prin ecuatii liniare de stare se poate modela cu un circuit electric AOP,R,C, adica se poate realiza cu un circuit, care are ecuatiile identice cu cele de stare.

4.11. Elemente rezistive multipolare neliniare

Spre deosebire de cazul general al rezistoarelor multipolar liniare care au ecuatiile constitutive de forma unor transformari liniare de forma:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Hx}, \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{(n-1)}; \mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(n-1)x(n-1)}$$

Caracterizate de matricea hibrida patrata, elementele neliniare sunt descrise de un sistem de (n-1) functii reale de tot atatea variabile reale:

$$\boxed{\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})}, \quad \mathbf{f} : \mathbb{R}^{(n-1)} \to \mathbb{R}^{(n-1)}$$

Vectorii marimilor de intrare x si de iesire y au aceeasi semnificatie ca in cazul elementelor multipolare rezitive liniare controlate hibrid.

Pe langa functiile neliniare caracterstice ce descriu controlul hibrid:

$$\mathbf{v}_d = f_1(\mathbf{i}_a, \mathbf{v}_a); \quad \mathbf{i}_d = f_2(\mathbf{i}_a, \mathbf{v}_a)$$

(transferul intrare-iesire) se mai folosesc urmatoarele functii – carcteristici diferentiale:

matrice Jacobian a caracterisiticii f, presupusa derivabila.

numite: matricea hibrida (contine rezistente, conductante, factori de tranasfer in tensiune, in curent) toate diferntiale!

$$\mathbf{H}_d =_{def} \frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_d & \mathbf{A}_d \\ \mathbf{B}_d & \mathbf{G}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{v}_d}{d\mathbf{i}_a} & \frac{d\mathbf{v}_d}{d\mathbf{v}_a} \\ \frac{d\mathbf{v}_d}{d\mathbf{i}_d} & \frac{d\mathbf{v}_d}{d\mathbf{v}_a} \end{bmatrix}$$

Acestea sunt la randul lor functii de $\mathbf{x}$.

Daca $\mathbf{H}_d = \mathbf{H}_d^T$ elementul este reciproc. $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(n-1)x(n-1)}; \mathbf{R} \in \mathbb{R}^{mxm}, \mathbf{G} \in \mathbb{R}^{(n-m-1)x(n-m-1)}$

Elemente rezistive multipolare neliniare. Modelul de mici variatii

Si in acest caz elementele controlate in tensiune si cele controlate in curent sunt cazuri particulare ale controlului hibrid prezentat anterior (pentru m=0 si resp. m=n-1).

Parametri diferentiali sunt permit aproximarea caracteristicii neliniare cu una afina, prin trunchierea seriei Taylor la primii doi termeni. Punctul in jurul caruia se dezvolta in serie se numeste punct static de functionare (PSF). Abaterile marimilor de intrare sau iesire de la valorile in PSF se numesc semnale “mici”. Intre aceste semnale exista o relatie linara (numita modelul de mici variatii):

$$\boxed{\Delta\mathbf{y} = \mathbf{H_d}\Delta\mathbf{x};}\ \Delta\mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_0 \in \mathbb{R}^{(n-1)}, \Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^{(n-1)}$$

Modelul afin este unul neliniar de forma:

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \mathbf{H_d}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0); \quad \mathbf{y}_0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0), \mathbf{H_d} = \frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{x}}$$

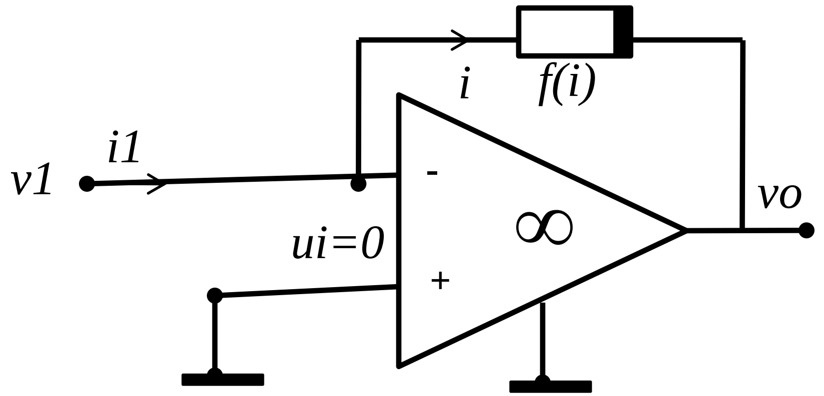
care poate fi realizata dintr-un multiport rezitiv liniar, m surse ideale de tensiune si n-1-m surse ideale de curent.

Circuit unidirectional: circuit cu terminale de intrare si de iesire, cele de intrare nefiind influentate de cele de iesire (elementele corespunzatoare din Hd sunt nule).

Cel mai simplu mod de a defini elemente multipolare nelinare pare a fi dat de sursele comandate neliniar. Ele se realizeaza cu AOP-uri, folosind in reactie rezistoare dipolare neliniare.

Surse comandate neliniar

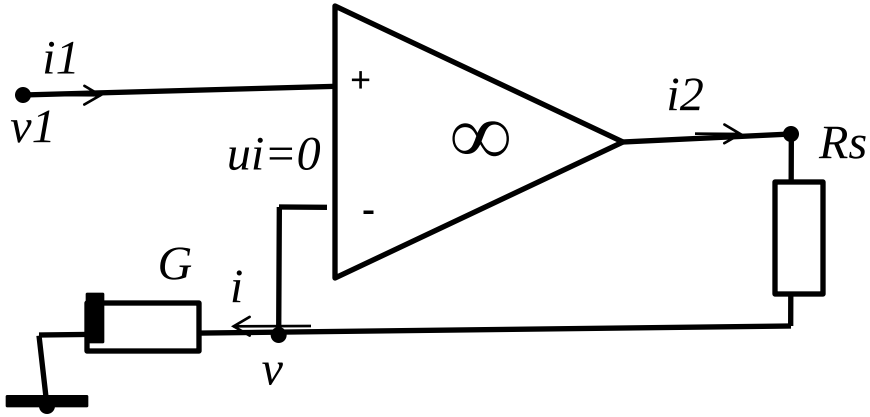
1. Sursa de tensiune comandata neliniar in curent: SUCIn cu AOP



$$v_1 = 0$$

$$i = i_1 \Rightarrow \boxed{v_o = -f(i_1)}$$

2. Sursa de curent comandata nelinar in tensiune: SICUn cu AOP



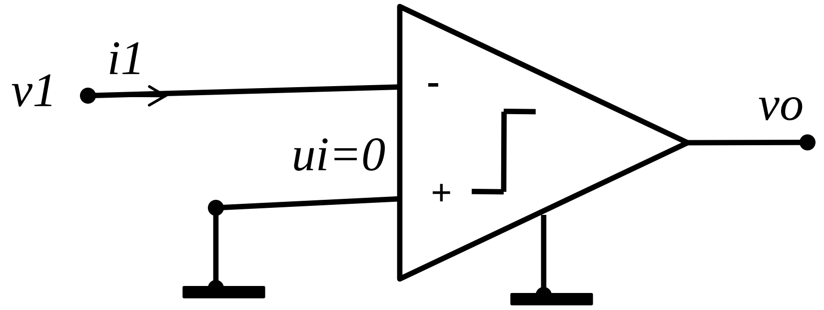
$$i_1 = 0$$

$$v = v_1 \Rightarrow i = \boxed{i_2 = g(v_1)}$$

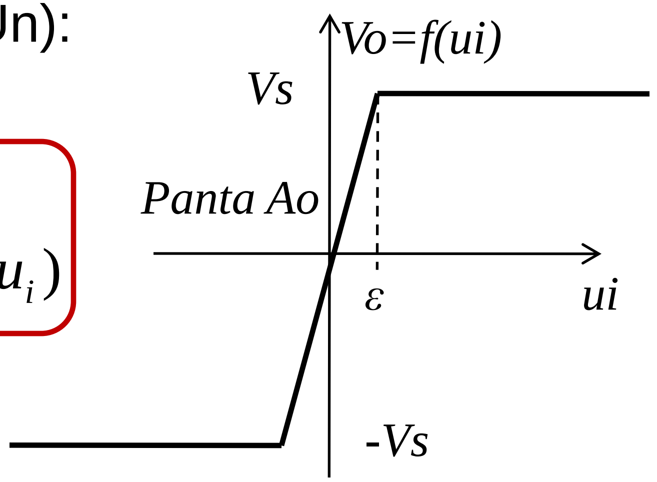
Din pacate rezulatul nu se poate generaliza ca in cazul linar, deoarece in cazul neliniar, suma efectelor nu este efectul sumei cauzelor.

Modelul neliniar al AO

Modelele liniare ale AO, inclusiv AOP nu se pot aplica decat pentru studiul circuitelor cu reactie negativa. In cazul circuitelor fara reactie sau al circuitelor cu reactie pozitiva trebuie considerata si saturatia AO, deci trebuie folosit un model nelinar (de ex. SUCUn):



$$\boxed{\begin{aligned} i_1 &= 0 \\ v_o &= f(u_i) \end{aligned}}$$



Functia neliniara de transfer are aproximarea liniara pe portiuni:

$$v_o = f(u_i) = \begin{cases} -V_s; & \text{pentru}\, u_i < -\varepsilon \\ A_o u_i; & \text{pentru} -\varepsilon \le u_i \le \varepsilon \Rightarrow V_s = A_o \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = V_s / A_o \approx 10\mu V \\ V_s; & \text{pentru}\, u_i > \varepsilon \end{cases}$$

Amplificatorul neliniar perfect (AOPn): $A_o \to \infty \Rightarrow \varepsilon = 0 \Rightarrow \boxed{v_o = V_s \operatorname{sgn}(u_i)}$

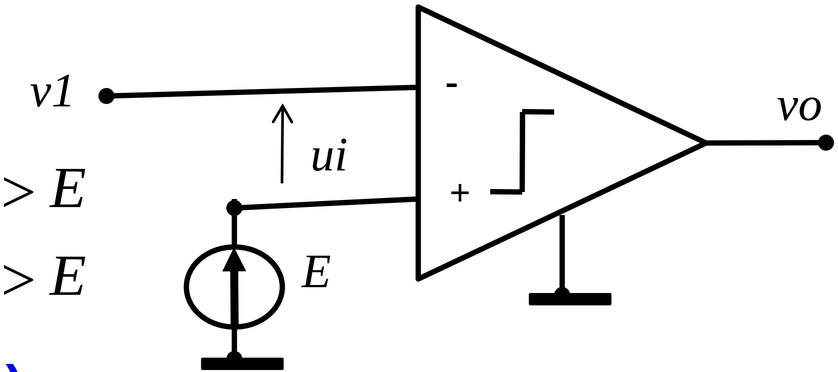
In circuitele cu reactie negativa AOPn functioneaza ca un AOP cu $u_i = \varepsilon = 0$

Aplicatii ale AOPn – circuitul comparator - de alarmare

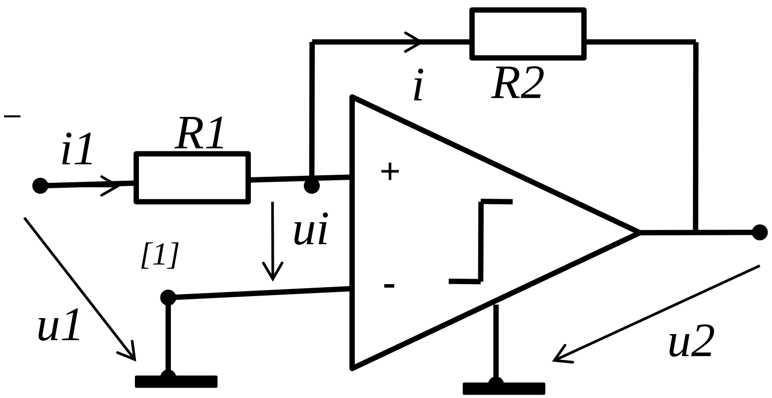
- **AO fara reactie – comparatorul**

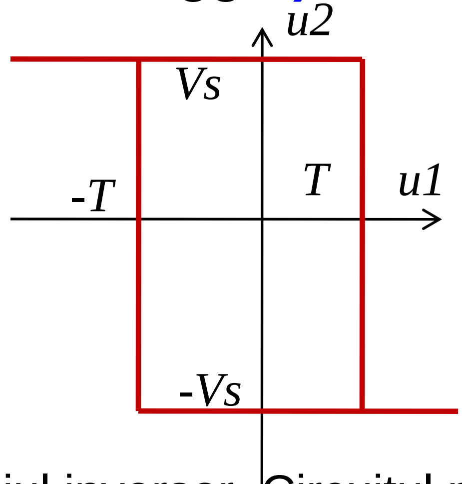
$$u_i = v_1 - E \Rightarrow$$

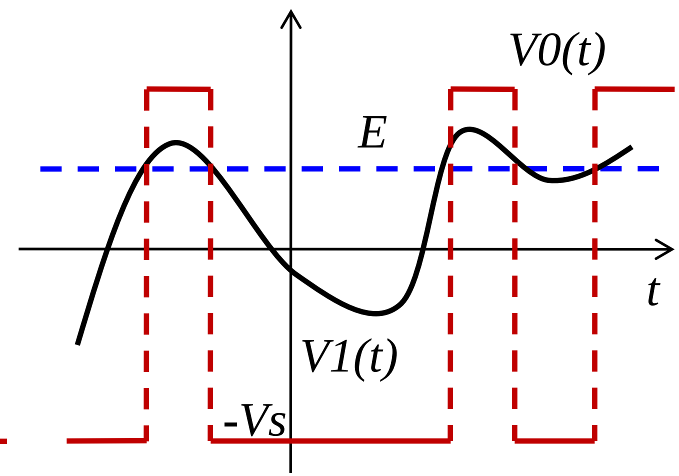
$$v_o = V_s \operatorname{sgn}(u_i) = V_s \operatorname{sgn}(v_1 - E) = \begin{cases} V_s & pt\ \ v_1 > E \\ V_s & pt\ \ v_1 > E \end{cases}$$



- **AO cu reactie pozitiva (Schmitt trigger)**

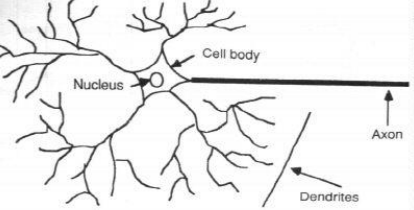






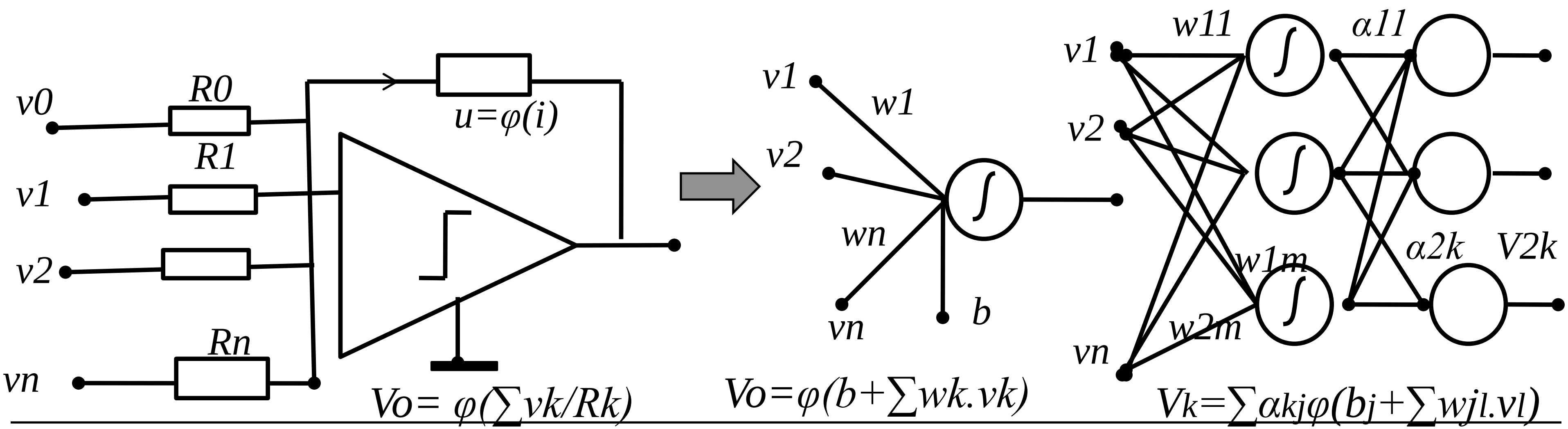
Identificati deosebirea fata de montajul inversor. Circuitul prezinta histerezisul din figura. Determinati pragul T in functie de R1,R2. In acest caz panta dreptelor punctate este mai mare iar oscilatiile parazite ale lui u1 nu sunt trensmise la iesire.

Detalii la: http://en.wikipedia.org/wiki/Schmitt_trigger



Retele neurale artificiale

- Chiar daca s-a demonstrat ca functiile arbitrare de mai multe variabile nu pot fi reprezentate prin functii de o singura variabila, cautarea elementelor primitive in clasa circuitelor multipolare neliniare a continuat. Solutia a fost inspirata de natura, si anume de retelele neuronale biologice.
- Prin **neuron artificial** intelegem un circuit nelinar unidirectional, al carui potential de iesire depinde neliniar, printr-o functie monoton crescatoare, numita **“sigmoidala”** de combinatia liniara a potentialeleor de la intrarea circuitului. Prin **retea neurala artificila (circuit neural, ANN)** cu un strat ascuns intelegem un circuit format din unul sau mai multe circuite multipolare cu o iesire, care pondereaza si sumeaza iesirile a m neuroni artificiali, alimentati de la aceleasi terminale de intrare:



Teorema aproximarii universale (Cybenko)

- Fie o functie φ:R→R continua, neconstanta, marginita si monoton crescatoare. Se noteaza cu I_m hipercubul $[0,1]^m$ sau orice domeniu compact din R^m si cu $C(I_m)$ multimea functiilor reale si continue definite pe I_m. Atunci, pentru orice functie $f \in C(I_m)$ si $\epsilon > 0$, exista un intreg N si un set de constante reale $\alpha_i, b_i \in R$, $w_i \in R^m$, cu $i = 1, ..., N$ astfel incat putem defini:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \varphi(w_i^T x + b_i)$$

ca o aproximare a functiei f; astfel incat $|F(x) - f(x)| < \varepsilon$ pentru orice $x \in I_m$.

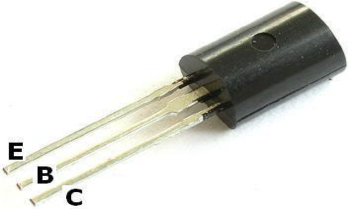
Detalii la Fie http://en.wikipedia.org/wiki/Universal_approximation_theorem

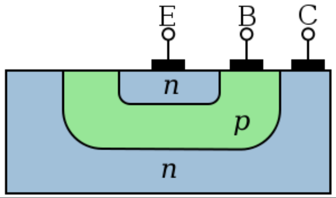
http://actcomm.dartmouth.edu/gvc/papers/approx_by_superposition.pdf

si http://en.wikipedia.org/wiki/Artificial_neural_network

In consecinta, deoarece AOPn are caracteristica neliniara de transfer de tip sigmoidal, putem afirma ca **AOPn este element primitiv in clasa elementelor multipolare rezistive neliniare** si orice circuit de acest tip se poate modela cu un circuit neural cu un strat ascuns, alcatuit din AOPn, AOP, R si E, afirmatie care reprezinta **teorema fundamentala a modelarii circuitelor electrice multipolare rezistive nelinare.**

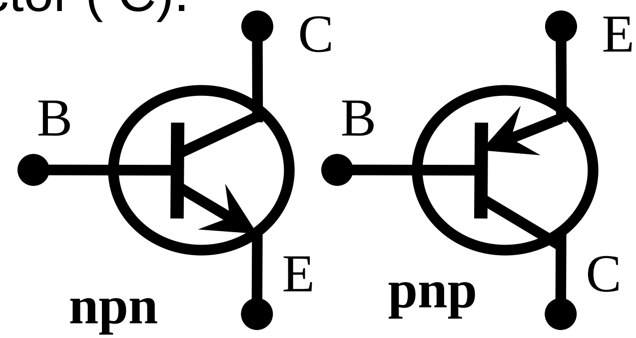
Circuitele neurale au un mare avantaj, ele sunt in stare sa *"invete".* Prin algoritmul propagarii inverse, ponderile α_i, b_i , w_i sunt adecvate succesiv unei functii f date.





Aplicatii. Modele ale tranzistorului bipolar

- **Tranzistorul bipolar:** componenta electronica semiconductore realizata din trei zone dopate npn sau pnp (cea mediana subtire) si puse in cotact cu trei terminale numite: emitor (E), baza (B) si colector (C).



- Fiind elemnt tripolar el este caracterizat de doua functii neliniare, cu doua variabile. Modelul exponential (Ebers-Moll) este controlat in tensiune si exprima curentii:

$$i_C = I_S\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}\right) - \frac{I_S}{\beta_R}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1\right)$$

$$i_E = I_S\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - e^{\frac{V_{BC}}{V_T}}\right) + \frac{I_S}{\beta_F}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right)$$

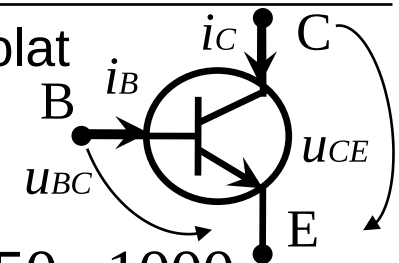
Ecuatiile unei perechi de diode fiecare in paralel cu un SICI. Prin derivare, aceste functii dau modelul liniar de semnal mic controlat in tensiuni cu 2 rezistoare si 2 SICU.

- β_F este amplificarea directa in curent cu emitor comun (20 – 500)
- β_R este amplificarea directa in curent cu emitor comun (0 - 20)
- Is este ca la dioda curentl de saturatie de 0,01-1 pA
- VT este potentialul termic, cu valori de cca 26mV la 300K

Detalii:http://en.wikipedia.org/wiki/Bipolar_junction_transistor

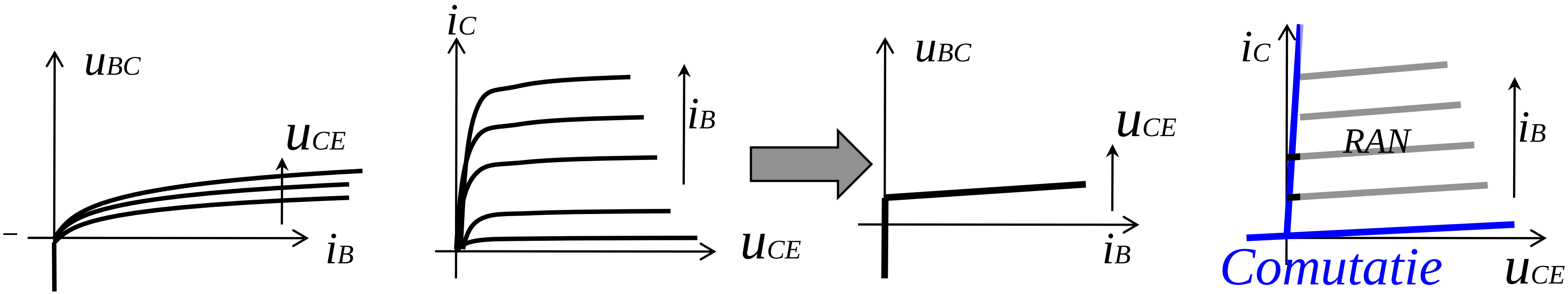
Aplicatii. Modelul hibrid al tranzistorului bipolar

Montajul cu Emitorul comun: Baza - terminal de intrare controlat in curent; Emitorul - terminal de iesire controlat in tensiune:



$$u_{BC} = f_1(i_B, u_{EC});\ i_C = f_2(i_B, u_{EC}) \ \Rightarrow$$

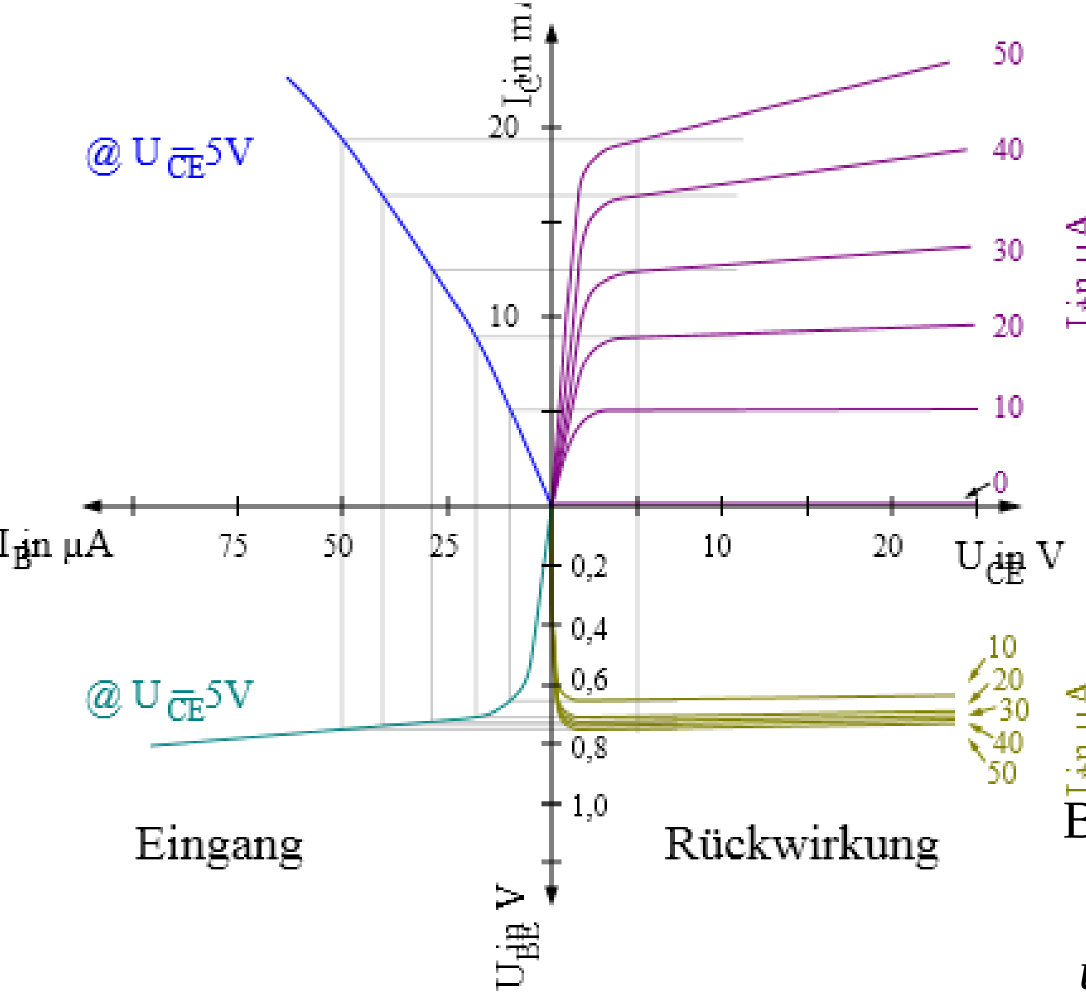
$$\Delta u_{BC} = h_{11}\Delta i_B + h_{12}\Delta u_{EC}; \Delta i_C = h_{21}\Delta i_B + h_{22}\Delta u_{EC};\ h_{21} = \beta = 50 - 1000$$

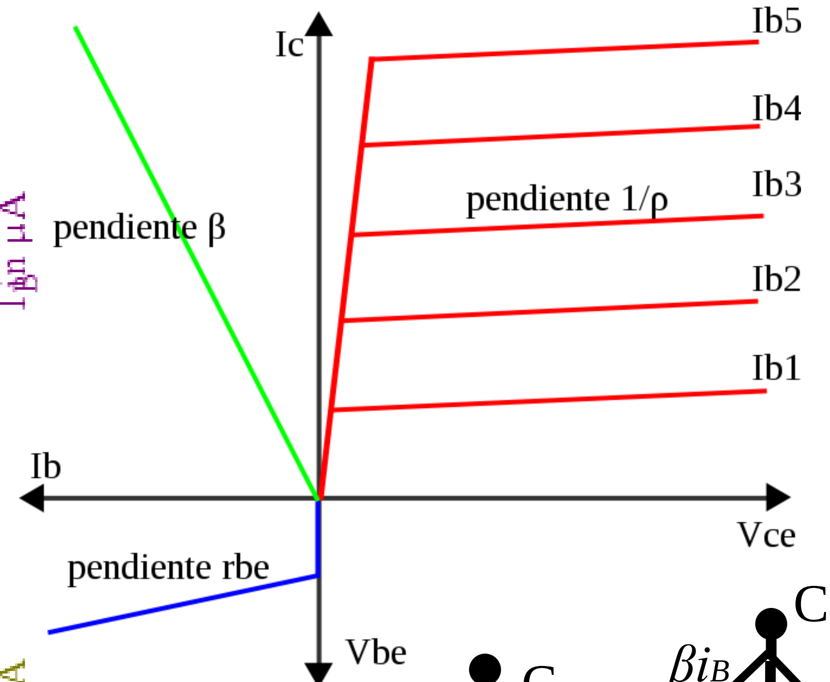


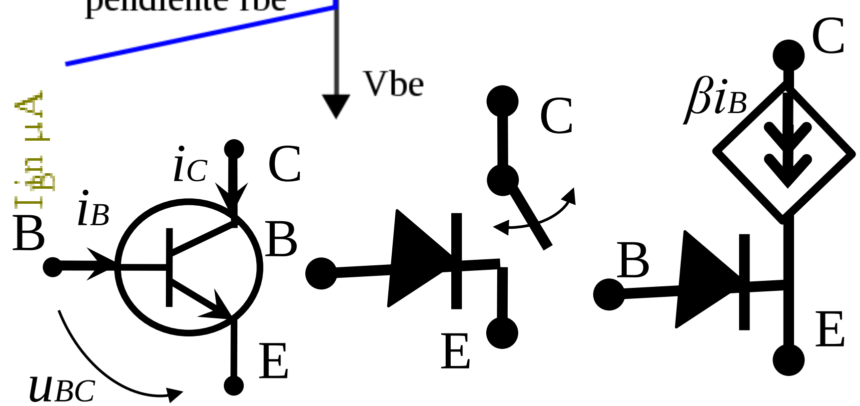
Intrarea B-E se comporta ca o dioda semiconductore, putin influentata de iesirea C-E, care se comporta ca un izolator, cand intrarea este blocata ($i_B=0$), dar pentru $i_B>0$, curentul de colector creste rapid, cu crestera de la zero a tensiunii de iesire C-E si apoi se limiteaza (in **Regiunea Activa Normala-RAN)** la o valoare proportionala cu i_B, prin factorul de amplificare in curent β (parametru important dar instabil tehnologic al tranzistorului). In rest, tranzistorul este **in comutatie** (blocat sau in conductie, dupa cum $i_B<0$ sau $i_B>0$). Curentul de baza i_B controleaza tranzistorul.

Caracteristicile tranzistorului bipolar si liniarizarea lor

http://de.wikipedia.org/wiki/Bipolartransistor si https://es.wikipedia.org/wiki/Transistor_de_uni%C3%B3n_bipolar



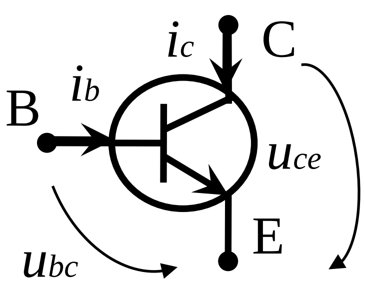


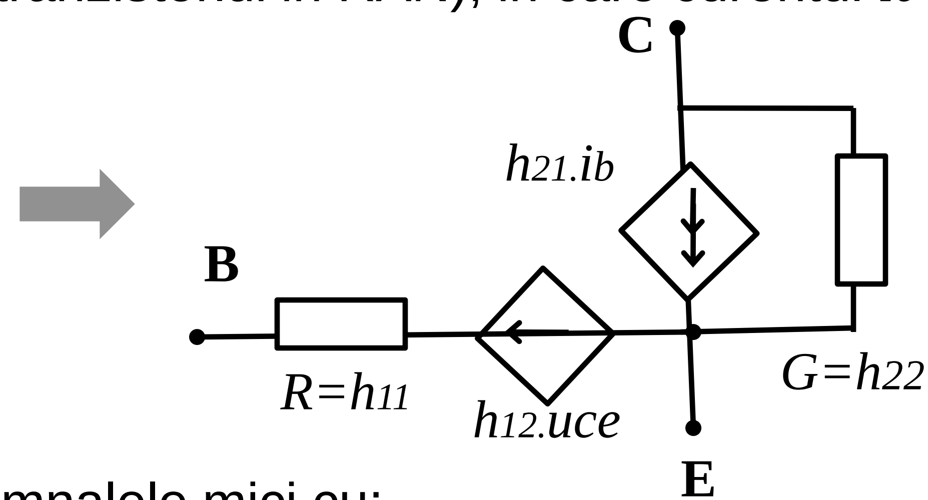


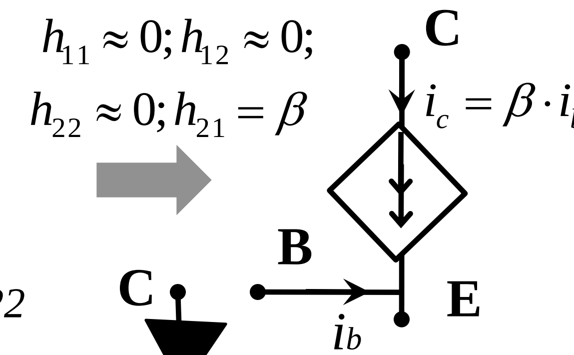
Modele simplificate pentru comutatie si RAN

Alte modele ale tranzistorului bipolar

Modelul de semnal mic cu parametri hibrizi, se reduce la un **SICI** (cel mai simplu model al tranzistorlui in RAN), in care curentul i_c este comandat de i_b:







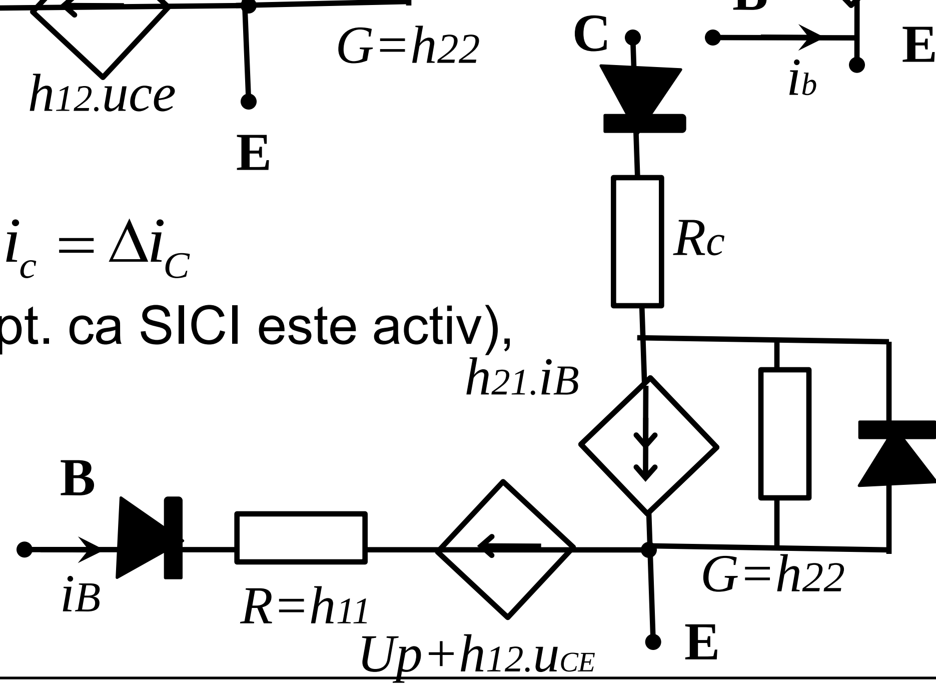
Aici s-au notat semnalele mici cu:

$$u_{bc} = \Delta u_{BC};\ u_{ce} = \Delta u_{CE};\ i_b = \Delta i_B;\ i_c = \Delta i_C$$

Tranzistorul este considerat "activ" (pt. ca SICI este activ),

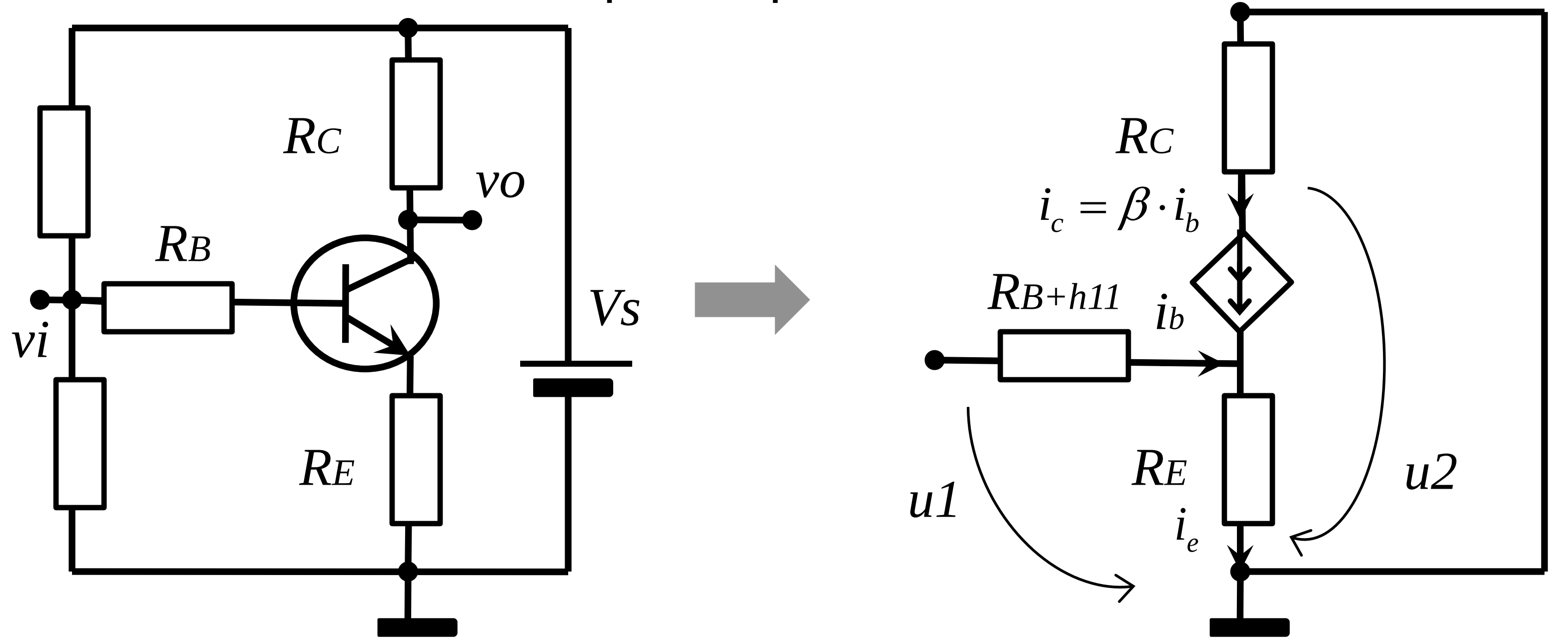
Modelul hibrid de semnal mare:

Contine in plus trei diode perfecte pentru a delimita regiunile si Rc – rezistenta C-E in conductie.



Aplicatie. Amplificatorul cu un tranzistor

Etajul amplificator cu emitor comun are un tranzistor, o sursa de alimentare de cc si o serie de rezistente, pentru polarizarea tranzistorului in RAN

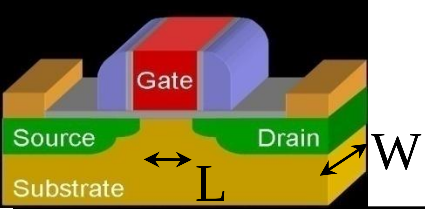


Pentru determinarea PSF se foloseste schema de semnal mare, pentru calulul amplificarii se foloseste cea de semal mic (cu obs. ca variatia sursei Vs=0).

Amplificarea: $u_1 = R'_B i_b + R_E i_e = R'_B i_b + R_E(\beta+1) i_b ; i_c = \beta i_b = i_e - i_b \Rightarrow i_e = (\beta+1) i_b$

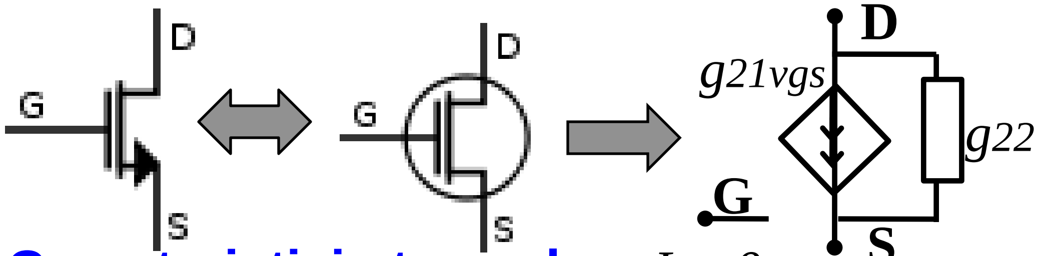
$$u_2 = -R_C i_c = -R_C \beta i_b = \frac{-R_C \beta u_1}{R'_B + R_E(\beta+1)} \Rightarrow \boxed{A_u = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-R_C}{R_B + h_{11} + R_E(1+1/\beta)}}$$

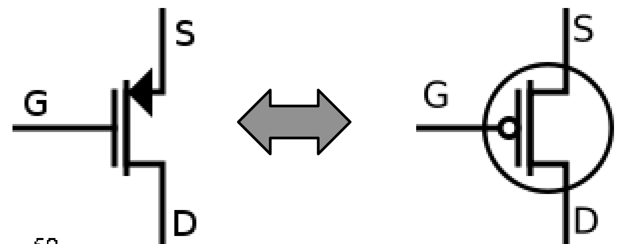
http://en.wikipedia.org/wiki/Common_emitter.



Aplicatii. Modele ale tranzistorului MOSFET

- **Tranzistorul MOSFET (Metal Oxid Semiconductor-Field Effect Transistor:** componenta electronica semiconductore realizata conform denumirii, cu trei terminale numite: poarta (G), drena (D) si sursa (S). Sub oxid, in semicondutorul de tip n sau p se formeaza un canal conductor. (.http://en.wikipedia.org/wiki/MOSFET)
- **Simboluri:** ***Canal de tip n*** (asemanator npn) ***Canal de tip p*** (asemanator pnp)





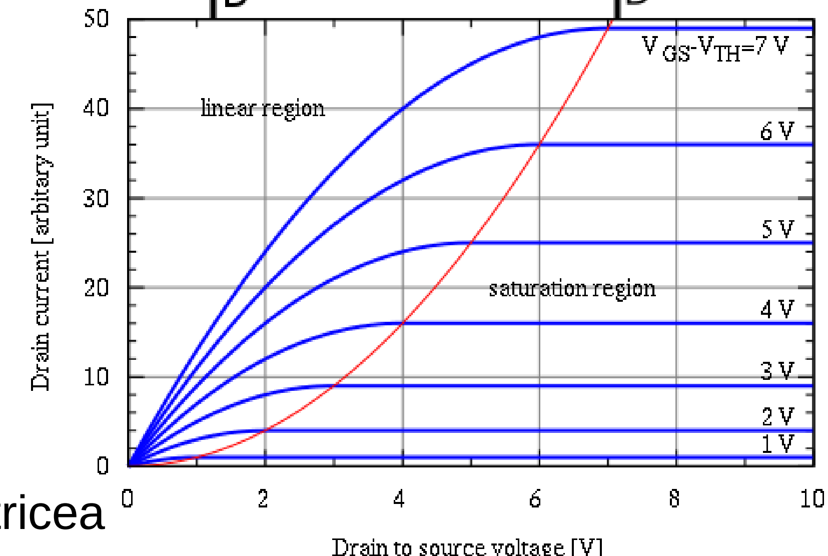
- **Caracteristici pt canal n:** $I_G=0$;

Pt $V_{GS} > V_{th}$ si $V_{DS} < (V_{GS} - V_{th})$ (reg. “liniara”)

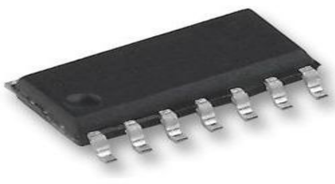
$$I_D = \mu_n C_{ox}\frac{W}{L}\left((V_{GS}-V_{th})V_{DS}-\frac{V_{DS}^2}{2}\right)$$

Pt $V_{GS} > V_{th}$ si $V_{DS} > (V_{GS} - V_{th})$ (reg. saturatie)

$$I_D = \frac{\mu_n C_{ox}}{2}\frac{W}{L}(V_{GS}-V_{th})^2(1+\lambda V_{DS}).$$

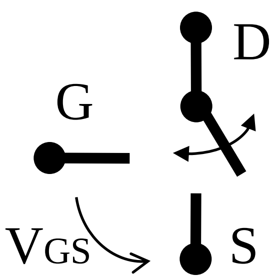


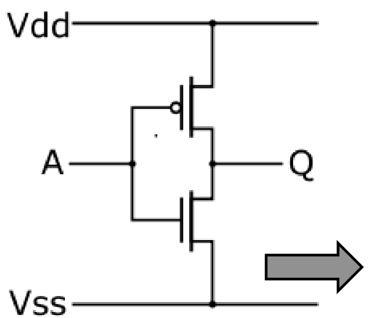
Element controlat in V. Prin derivare se obtine matricea conductanteleor si schema de semnal mic: SICU+G intre D si S.

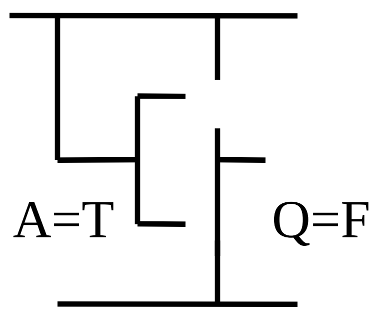


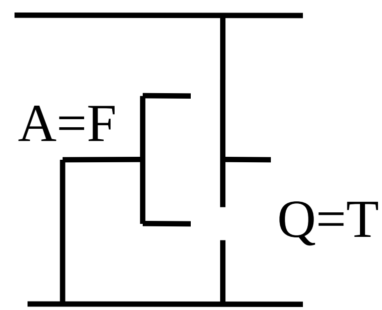
Aplicatii. Circuite digitale CMOS

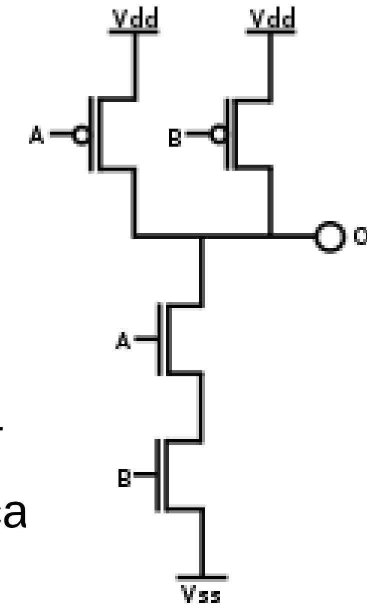
- Tranzistoarele MOSFET sunt folosite la circuitele integrate digitale, care efectueaza operatii logice si aritmetice. Poarta logica NAND si circuitul de negare NOT sunt cele mai simple circuite de acest tip. Portile pot fi realizate si cu tranzistoare bipolare, in comutatie, dar este mai eficient energetic si mai precis sa se foloseasca **perechi de tranazistore MOS complementare (CMOS)**: un tranzistor cu canal n si altul p.
- **In regim de comutatie tranzistorul MOS** este fie blocat (curentul $I_D=0$) fie in conductie ($U_{DS}=0$ este), dupa cum tensiunea de comanda V_{GS} depaseste tensiunea de prag sau nu. La CMOS cele doua tanzistoare ale perechii au stari complentare.











Schena in comutatie **Poarta NOT** V_A=Vdd(True) V_A=Vss(False)

Poarta NAND realizeaza operatia logica not(A and B) = F pentru A=B=T si T in rest. Aceasta este o **poarta primitiva**, deoarece s-a demonstrat ca orice operatie logica se reduce la o combinatie de NAND-uri, deci orice circuit digital se poate realiza folosind exclusiv porti NAND.

Poarta NAND

4.12. Elemente reactive multipolare neliniare

In general. rezistorul multipolar neliniar are ecuatiile constitutive de forma:

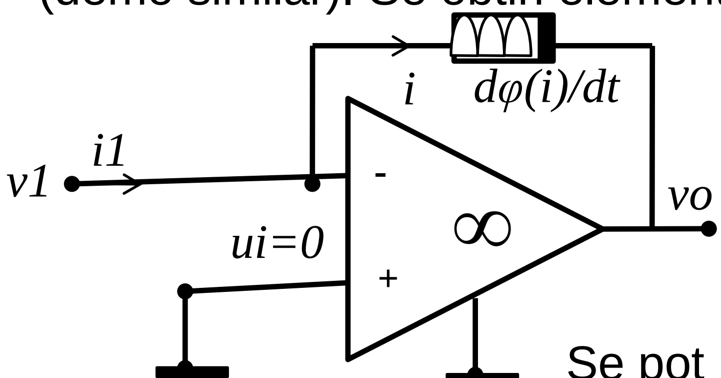
$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{f} : \mathbb{R}^{(n-1)} \to \mathbb{R}^{(n-1)}$$

in care atat vectorii marimilor de intrare si de iesire au elementele numere reale. vectorii marimilor de intrare x si de iesire y au aceeasi semnificatie ca in cazul elementelor multipolare rezitive liniare controlate hibrid.

In cazul neliniar reactiv: $\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}),} \quad \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} : (t_{\min}, t_{\min}) \to \mathbb{R}^{(n-1)}; \ \boldsymbol{f} : \{\boldsymbol{x}\} \to \{\boldsymbol{y}\}$

f este un operator integro-diferential neliniar.

Cele mai simple elemente sunt **sursele comandate neliniar in derivata sau integrala** fata de timp a semnalului de intratre. Si de aceasta data ele se pot modela cu AOP, numai ca in locul rezistorului din reactie gasim un element reactiv L sau C nelinar (demo similar). Se obtin elemente controlate in curent, potential sau hibrid.



Sursa de tensiune comandata neliniar in derivata curentului: SUCInd cu AOPul

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ i = i_1 \Rightarrow v_o = -d\varphi(i_1)/dt \end{cases}$$

Se pot realiza si celelelte surse, comandate neliniar in derivata sau integrala, de ex. SICUni, dar rezultatul nu poate fi generalizat.

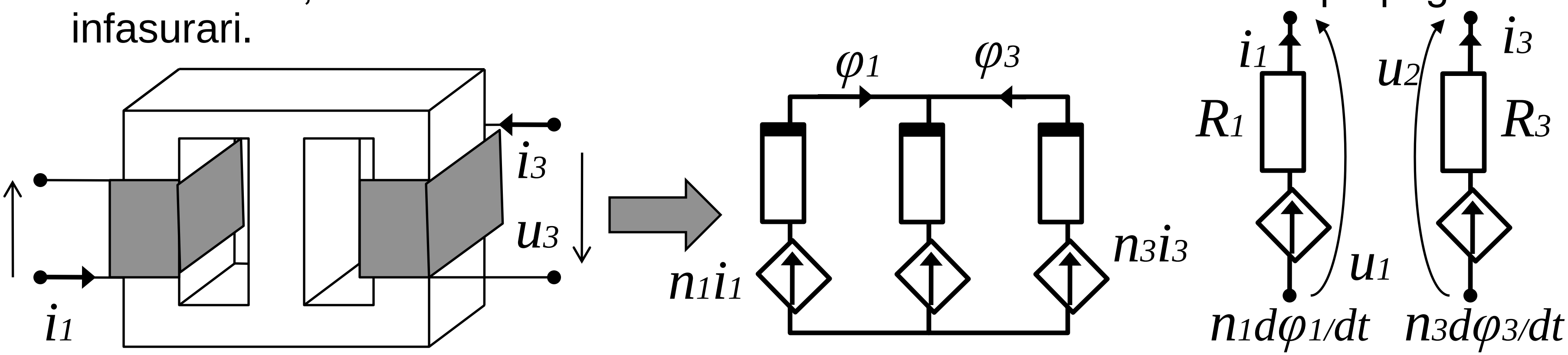
Bobinele neliniare cuplate mutual

Bobinele montate pe un miez feromagnetic comun sunt uzuale (de ex. transformatorul). Acest caz va fi tratat similar bobinei cu mmiez de fier. Circuitul magnetic contine reluctante magnetice neliniare (care eventual modeleaza si histerezisul magnetic) si surse comandate de curentii din bobine. Fluxurile satisfac prima relatie a lui Kirchhoff iar tensiunile magnetice satisfac cea de a doua relatie. Bobinele sunt modelate pe baza relatiilor (ce considera tensiunea ohmica si t.e.m. indusa):

$$u_k = R_k i_k + n_k \frac{d\varphi_k}{dt}, k = 1,2,3; \sum \varphi_k = 0; \sum R_k(\varphi_k)\varphi_k = \sum n_k i_k$$

Asa cum s-a vazut in cazul bobinei neliniare, sursele comandate in derivata pot eliminate, daca se folosesc circuite pentru derivare.

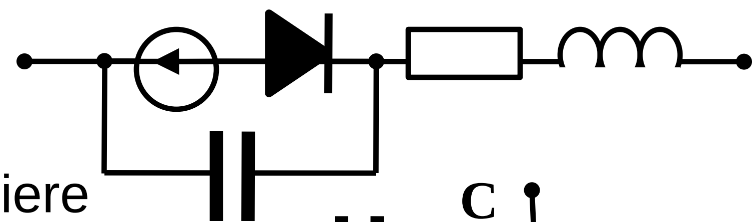
Pentru a modela efectul pelicular; Rk trebuie inlocuita cu o scara RL, iar pentru a modela pierderile prin curentii turbionari din miez, la reluctantele magnetice trebuie adaugate “inductante” , in mod similar. La frecvente inalte trebuie modelata si propagarea in infasurari.



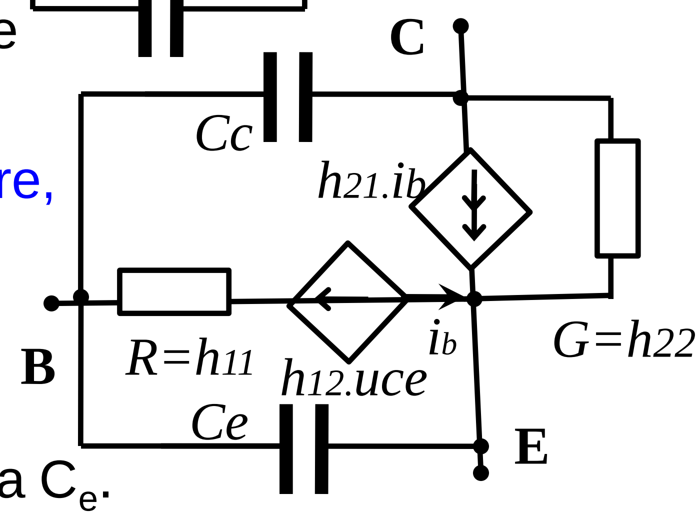
Modele dinamice ale componentelor neliniare

Modelele neliniare ale componenteleor electronice prezentate anterior nu tin cont de comportarea dinamica (in timp) a acestor componente. Efectele capacitive si inductive parazite duc la o comportare diferita de cea rezistiva, mai ales la frecvente inalte si la semnale cu variatie rapida in timp.

Dioda semiconductoare. Efectele rezistive, inductive si capacitive ce apar in conductoarele de aductie si respectiv in jonctiune np pot fi modelate prin adaugarea de rezistente, bobine si condensatoare parazite:

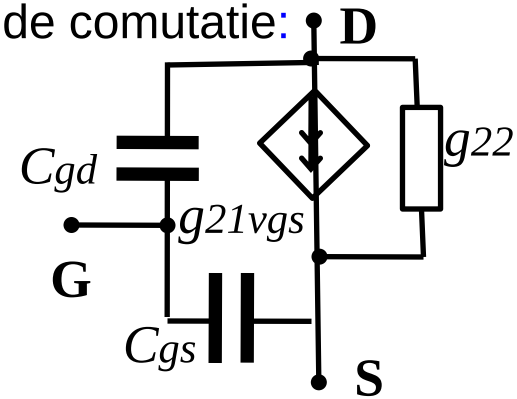


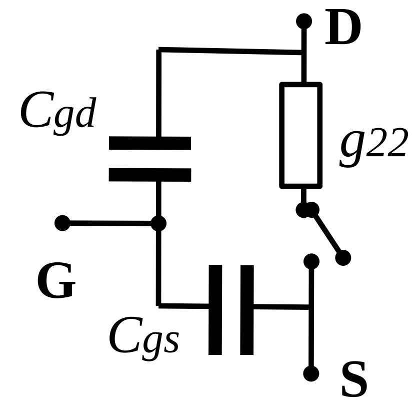
Tranzistorul. Jonctiunile np ale tranzistorului bipoalar au la fel ca dioda, efecte capacitive (Cc, Ce). Datorita lor comutatia are loc cu intarziere iar factorul de amplificare in curent β scade la cresterea frecventei. Se numeste frecventa de taiere, f_T (100MHz-100GHz), valoarea la care factorul de amplificare β scade de √2 ori fata de valoarea sa stationara. In prima aproximare (pt h_{12}=0), $f_T = 2\pi/(h_{11}\, C_e)$ din care rezulta capacitatea parazita C_e.



Alte modele reactive neliniare

Tranzistorul MOSFET. Datorita stratului subtire de oxid marginit de doi electrozi, unul metalic si altul canalul semiconductor, tranzistorul are capcitatile parazite G-S si GD, care apar in schemele de semnal mic si de comutatie:

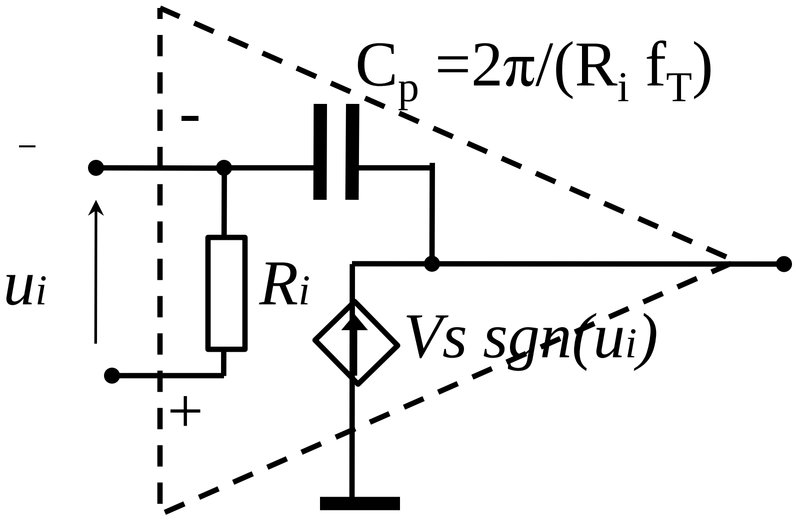


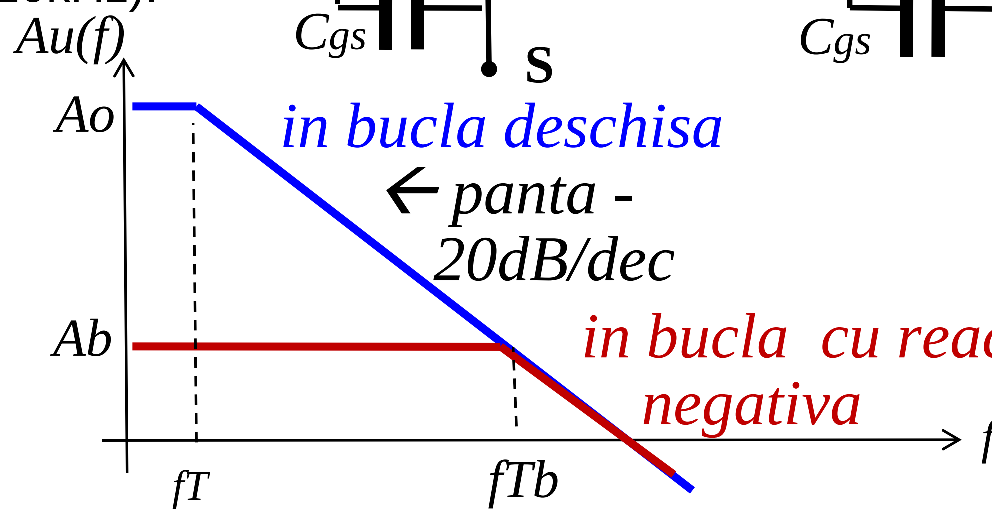


Amplificatorul operational:

Pentru f>fT (cca 5Hz), Au scade de 10 ori cand f creste de 10 ori, $f_T = 2\pi/(R_i C_p)$.

In bucla, Ab=Ao fT/fTb (=50 pt fTB=20kHz).





http://www.ee.iitm.ac.in/~nagendra/EE539/200601/lectures/20060110.pdf

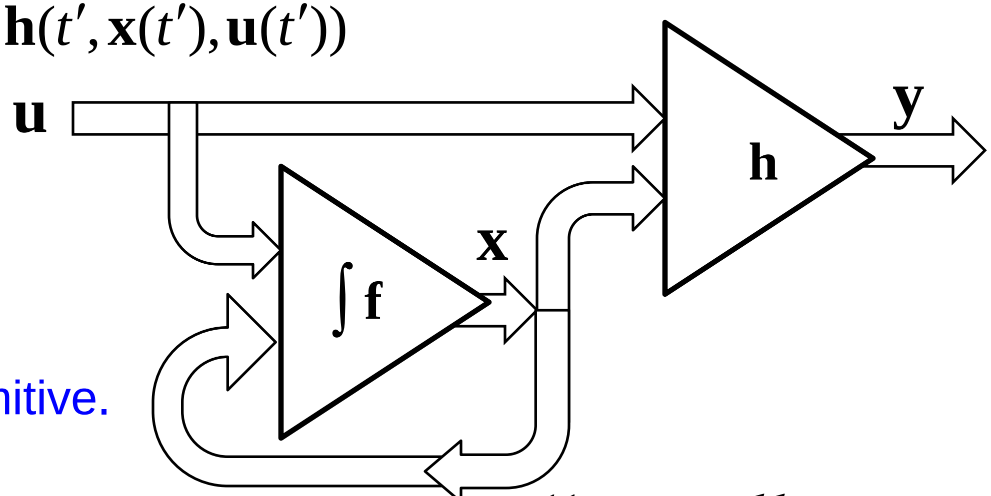
http://users.ece.gatech.edu/~alan/ECE3040/Lectures/Lecture29-OP%20Amp%20Frequency%20Response.pdf

Retele neurale artificiale dinamice

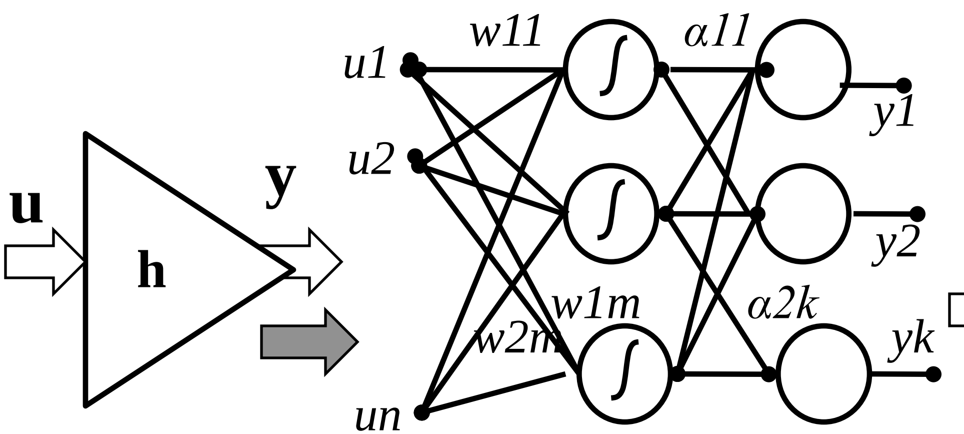
- **Ecuatiile de stare ale sistemelor (I/E) dinamice nelinare** au forma:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t', \mathbf{x}(t'), \mathbf{u}(t')) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(t', \mathbf{x}(t'), \mathbf{u}(t')) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{x}(t) = \int_0^t \mathbf{f}(t', \mathbf{x}(t'), \mathbf{u}(t'))dt' \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(t', \mathbf{x}(t'), \mathbf{u}(t')) \end{cases}$$

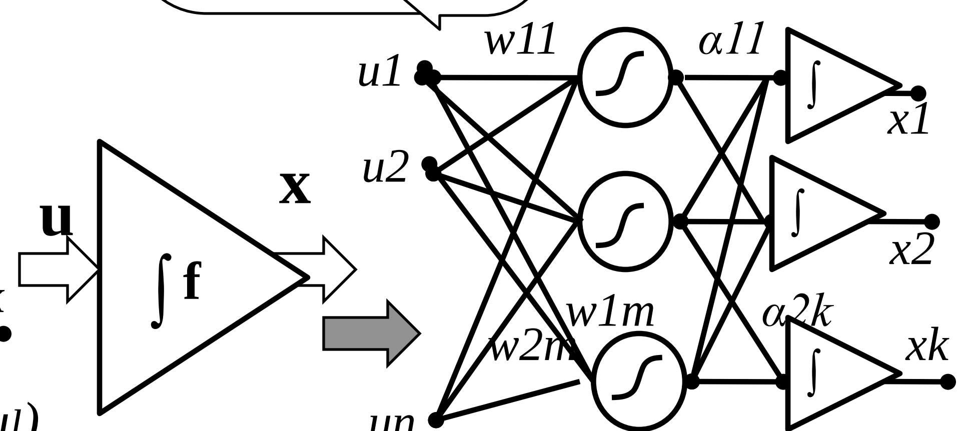
cu schema bloc echivalenta:



in care functiile se pot realiza in mod aproximativ cu retele neurale artificiale (ANN), in care vectorul de stare este integrat in timp ➔ AOPn, R, C, E sunt primitive.



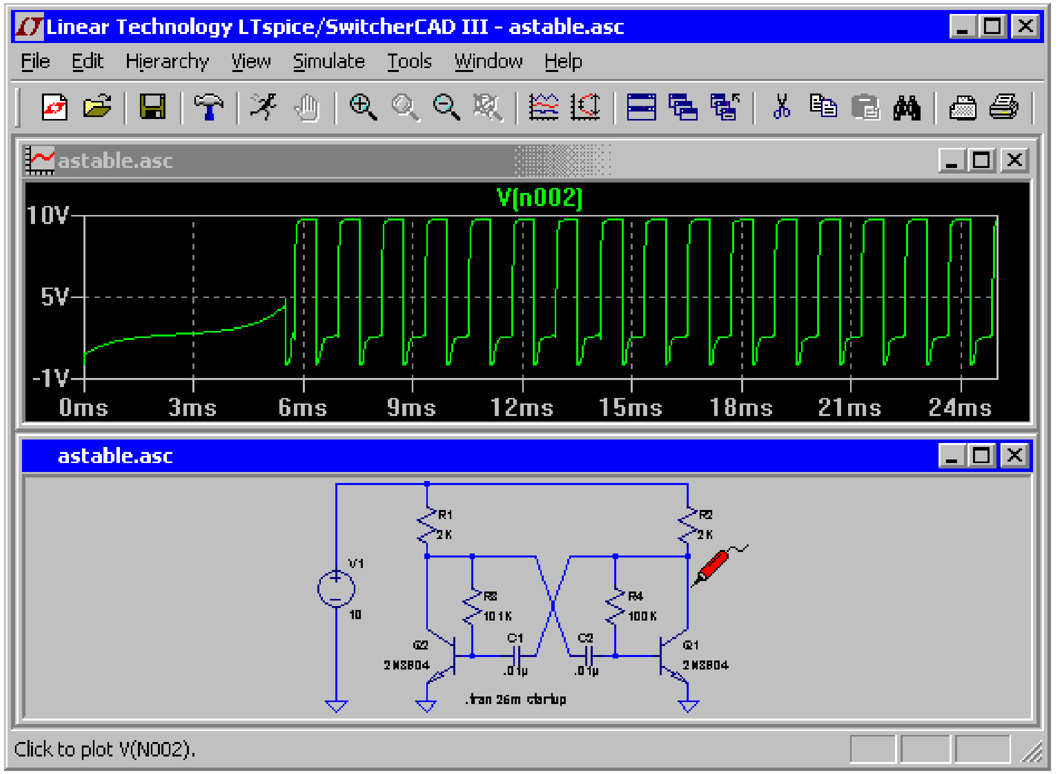
$yk=\sum\alpha kj\varphi(bj+\sum wjl.ul)$



4.13.Elemente primitive SPICE

Simularea circuitelor electrice pe calculator se face cu programe, care rezolva ecuatiile acestor circuite. Cel mai frecvent este folosit SPICE, cu primitivele:

- R – rezistor
- C – condensator
- L – bobina
- K – bobine cuplate mutual
- V – sursa independenta de tensiune
- I – sursa independenta de curent
- E – sursa comandata de tip SUCU
- F – sursa comandata de tip SICI
- G - sursa comandata de tip SICU
- H - sursa comandata de tip SUCI
- D – dioda
- Q – tranzistor bipolar
- M – tranzistor MOS
- X – subcircuit definit de utilizator



Amplificatorul operational este definit in SPICE ca un subcircuit.

Sintaxa (LT)SPICE

Capacitor :	Cxx n+ n- <capacitance> [ic=<val.>] [Rser=<val.>] [Lser=<val.>] [Rpar=<val.>]
Diode	Dxx A K <model> [area]
Voltage dependent voltage	Exx n+ n- nc+ nc- <gain>
Current dependent current	Fxx n+ n- <Vnam> <gain>
Voltage dependent current	Gxx n+ n- nc+ nc- <transcond.>
Current dependent voltage	Hxx n+ n- <Vnam> <transres.>
Mutual inductance	Kxx L1 L2 L3… <coeff.>
Inductance	Lxx n+ n- <inductance> [ic=<val.>] [Rser=<val.>] [Rpar=<val.>] [Cpar=<val.>]
MOSFET transistor	Mxx D G S B <model> [L=<len>] [W=<width>] [AD=<area>] [AS=<area>]
+[PD=<perim>] [PS=<perim>	] [NRD=<value>] [NRS=<value>] [IC=<Vds, Vgs, Vbs> [temp=<T>]
Lossy transmission line	Oxx L+ L- R+ R- <model>
Bipolar transistor	Qxx C B E [S] <model> [area] [off] [IC=Vbe,Vce][temp=<T>]
Resistor	Rxx n1 n2 <value>
Voltage controlled switch	Sxx n1 n2 nc+ nc- <model> [on,off]
Lossless transmission line	Txx L+ L- R+ R- ZO=<value> TD=<value>
Independent voltage source	Vxx n+ n- <voltage>
Current controlled switch	Wxx n1 n2 <Vnam> <model> [on,off]
Subcircuit	Xxx n1 n2 n3... <subckt name>

```
* Examplu
* Elem nod1 nod2 val
V 0 1  10
R 1 2 100
C 20  100n
```

http://en.wikipedia.org/wiki/SPICE
http://www.linear.com/designtools/software/#LTspice

http://jeastham.blogspot.com/2009/10/adding-lm741-op-amp-model-to-ltspice.html

4.14. Concluzii privind elementele ideale

Elementele ideale primitive:

Element	Caegorie	Ecuatie
Rezistorul	Rezistiv liniar	u=Ri
Sursa ideala de tensiune	Activ	U=e
Condensatorul	Reactiv liniar	i=C du/dt
Dioda perfecta	Rezistiv neliniar	u<0=>i=0, u=0=> i>0
AOP	Rezistiv liniar nereciproc	ui=0; ii=0

Elemente ideale folosite frecvent:

- Liniare dipolare: R, L, C, conductorul si izolatorul perfect
- Parametrice: K (comutatorul)
- Neliniare rezistive : e, j, dioda
- Linare multipolare: SICU, SUCI, SUCU, SICI, AOP, M
- Neliniare multipolare: AOPn

Cap. 4. a prezentat modul in care se obtin elementele ideale prin idealizarea elementelor reale, dar si felul in care ele sunt folosite la modelarea elementelor reale.

Documentul (unic in felul sau) dovedeste importanta modelarii in ingineria electrica. Modelarea nu face obiectul teoriei circuitelor, deoarece ea presupune analiza campului. Extragerea automata a modelelor si reducerea ordinului lor este o problema de cercetare inca deschisa...

Aplicatii, intrebari si exercitii

- Ce este un circuit electric? Prin ce se deosebeste de un sistem?
- Explicati de ce campul electromagnetic este descris de ecuatii cu derivate partiale in timp ce circuitele sunt descrie de cel mult ecuatii diferentiale ordinare. Care este variabila independenta a acestor ecuatii?
- Ce este graful unui circuit? Cum se contruieste acesta? Este orientat sau nu? De ce? Descrieti diferite reprezentari ale grafulului pe calculator. Cum puteti extrage automat graful unui circuit descris in limbajul SPICE? (descrieti algoritmul de extragere).
- Care sunt marimile primitive ale teoriei circuitelor? Dar cele derivate? Cum se masoara acestea. Ce interpretare dati semnului lor? Cum se reprezinta aceste marimi pentru intreg circuitul, pe un calculator?
- Descrieti o structura de date care reprezinta un circuit. Cum poate fi aceasta vizuallizata? Dar invers. cum se poate extrage un circuit din imaginea in format raster sau vectorial a schemei sale electrice? Dar din formatele de descriere a circuitelor integrate (de tip GDSII)?
- Care sunt relatiile fundamentale (independente) care stau la baza teoriei circuitleor electrice? Au ecuatiile constitutive ale elementelor ideale un caracter axiomatic? Ce intelegeti prin elemente primitive?

Aplicatii, intrebari si exercitii (cont)

- Descrieti cat mai multe fenomene care au loc intr-un rezistor real, care sunt neglijate in rezistorul ideal. Ganditi-va cum ati putea sa modelati aceste fenomene folosind elemente ideale de circuit electric. Reluati exercitiul pentur o bobina reala si pentru un condensator real.
- Imaginati proceduri de determinare experimentala a parametrilor elementelor ideale ce modeleaza diferite elemente reale. Indicati modul in care se masoara rezistentele, coconductantel si factorii de transer in tensiune/curent ale elementelor rezisive mutipolare.
- Descrieti algoritmii de trecere de la o forma de reprezentare la alta a elementleor rezistive linare (determinat una din matricele R,L, H in functie de celelealte doua, atunci cand este posibil acest lucru). Gasiti formulele de trecere in cazul elementelor tripolare (sau echivalent, cuadripol diport).
- Descrieti algoritmul prin care verificati daca un element multipolar rezistiv liniar este pasiv si reciproc.
- Descireti algoritmul de extragere a matricleor R,G pentru un circuit alcatuit din elemente rezistive dipolare (se da topologia si parametrii elementelor). Dar invers? Puteti determina circuitul, daca stiti una din matricele R,G,H? Poate fi folosit SPICE pentru a rezolva aceste probleme?

Aplicatii, intrebari si exercitii (cont)

- Descrieti cum se poate reprezinta un element dipolar liniar (R, L sau C) pe calculator? Descrieti algoritmul pentru calcul energiei si coenergiei.
- In ce sunt controlate sursele comandate? In curent, tensiune sau hibrid?
- In ce sunt controlate bobinele si condensatoarele ideale?
- Descrieti in SPICE modelul bobinei cu miez de fier. Extindeti in cazul a doua bobine montate pe un miez feromagnetic comun.
- Descrieti in SPICE diferite modele ale amplificatorului operational. Simulati in SPICE diferite circuite cu AO, folosind diferite modele ale acestuia Comparati intre ele rezultatele numerice obtinute si cu cele analitice.
- Simulati in SPICE diferite circuite de derivare, integrare sau filtrare cu AO in conditiile in care la intrare aplicati un tren de impulsuri dreptunghiulare.
- Determinati prin simulare SPICE caracteristica neliniara de transfer a unui AO, care are in reactie negativa diferite componente dipolare neliniare.
- Cautati schema echivalenta Ebers-Moll a tranzistorului bipolar.
- Determinati prin simualre SPICE punctul static de functionare al tranzistorului din etajul amplificator cu emitror comun. Calulati apoi factorul de apmlificare a semnalului de mici variatii.

Aplicatii, intrebari si exercitii (cont)

- Simulati in SPICE functionarea circuitului Schmitt trigger excitat cu o tensiune sinusoidala.
- Descrieti modellul SPICE al unui neuron. Folositi modleul pentru a descrie un circuit neural (ANN).
- Determinati functia neliniara de transfer (vo = f(vi)) a unui circuit NOT folosind o simulare SPICE.
- Determinati care este intarziere introdusa de o poarta CMOS, prin simualare a unei porti CMOS excitata cu un tren de impulsuri perfect dreptunghiulare 0101010… (FTFTFT…).
- Determinati prin simualare SPICE frecventa de taiere a unui tranzistor bipolar si apoi a unui tranzistor MOSFET.
- Determinati in SPICE caracterisitca de frecventa (A f(f)) a unui AO cu reactie negativa, pentru doua valori foarte diferite ale rezistenti din reactie. Calcualti produsul amplificare – banda de frecventa (frecventa de taiere) in cele doua cazuri.
- Determinati in SPICE caracterisitca de frecventa (A = g(f)) a unui AO cu reactii negative reactive (circuite RC), care realizeaza operatii de integrare, derivare, filtrare (a frecventelor inalte, joase sau medii).

4.15. Referinte bibliografice si webografice

1. http://openbookproject.net/electricCircuits/
2. Mihai P. Dinca , "Electronica - Manualul studentului", vol. I si II, Editura Universitatii din Bucuresti, 2003, http://fpce4.fizica.unibuc.ro/fpce4/manuals/sit/cap1.pdf ... cap17.pdf
3. http://www.informit.com/articles/article.aspx?p=102225&seqNum=3
4. http://www.egr.msu.edu/em/research/goali/notes/module5_nonideal_behavior.pdf
5. http://en.wikipedia.org/wiki/Inductor
6. http://en.wikipedia.org/wiki/Inductance
7. http://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_core
8. http://en.wikipedia.org/wiki/Capacitor
9. http://web.mit.edu/mor/about_mor.html
10. http://en.wikipedia.org/wiki/Diode_modelling
11. http://en.wikipedia.org/wiki/Analog_computer
12. http://en.wikipedia.org/wiki/Artificial_neural_network
13. http://en.wikipedia.org/wiki/Bipolar_junction_transistor
14. http://en.wikipedia.org/wiki/MOSFET
15. http://en.wikipedia.org/wiki/CMOS

Referinte bibliografice si webografice (cont.)

16. http://www.ee.iitm.ac.in/~nagendra/EE539/200601/lectures/20060110.pdf
17. http://en.wikipedia.org/wiki/Logic_gate
18. http://en.wikipedia.org/wiki/Operational_amplifier
19. http://en.wikipedia.org/wiki/Operational_amplifier_applications
20. http://www.mathworks.com/products/control/demos.html?file=/products/demos/shipping/control/opampdemo.html
21. http://users.ece.gatech.edu/~alan/ECE3040/Lectures/Lecture29-OP%20Amp%20Frequency%20Response.pdf
22. http://www.stanford.edu/class/ee122/Handouts/2-Op-Amp_Concepts.pdf
23. http://www.ti.com/lit/an/sboa092a/sboa092a.pdf
24. http://users.ece.gatech.edu/mleach/ece3050/sp04/OpAmps01.pdf
25. http://en.wikipedia.org/wiki/SPICE
26. http://www.linear.com/designtools/software/#LTspice
27. http://jeastham.blogspot.com/2009/10/adding-lm741-op-amp-model-to-ltspice.html
28. http://en.wikipedia.org/wiki/Network_analysis_(electrical_circuits)
29. http://books.google.ro/books?id=sxmM8RFL99wC&lpg=PA200&dq=isbn:0131989251&pg=PA112&redir_esc=y

Referinte bibliografice si webografice (cont.)

Cursuri similare din diferite parti ale lumii

- **MIT** (Anant Agarwal) EECS 6-002 Circuits and electronics http://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-002-circuits-and-electronics-spring-2007/
- **Stanford Univ**. (G. Kovacs) EE113 Course Notes Electronic Circuits

http://www.stanford.edu/class/ee122/Handouts/EE113_Course_Notes_Rev0.pdf

- Portland State Univ (J. McNames) ECE 221 – Electric circuits

http://web.cecs.pdx.edu/~ece2xx/ECE221/Lectures/

- **McGill Canada**. ECSE 200 Electric Circuits 1; ECSE 210Electric Circuits 2; ECSE 351Electromagnetic Fields http://www.mcgill.ca/ece/undergrad/information/ee/2010-11
- **Cornell Univ.** ECE 2100 - Introduction to Circuits for Electrical and Computer Engineers,
– http://courses.cornell.edu/preview_program.php?catoid=12&poid=3329
- EE325 ELECTROMAGNETIC ENGINEERING

http://www.tomzap.com/notes/ElectromagEngEE325/ElectromagEng.pdf

- EE411 CIRCUIT THEORY http://users.ece.utexas.edu/~kwasinski/EE411SFa09.html

http://www.tomzap.com/notes/CircuitTheoryEE411/CircuitTheory.pdf

- http://upcommons.upc.edu/e-prints/bitstream/2117/2359/1/Annex%201%20electrical%20engineering%20curriculum%20international%20overview_authors.pdf
- **Southern Illinois University** (website model)- ECE 484 Computer Aided Circuit Analysis - http://www.engr.siu.edu/elec/courses/undergraduate/abet_format/detailed/ECE484.pdf

Referinte bibliografice si webografice (cont.)

Cursuri si carti de “Bazele electrotehnicii”

- A. Timotin, V. Hortopan, S. Mastero, A. Ifrim, M. Preda Lectii de bazele electrotehnicii http://www.cartiaz.ro/index.php?option=view&cat=21&cid=6136&ext=pdf http://www.magazinul-de-carte.ro/tehnice-electronica/13463-lectii-de-bazele-electrotehnicii.html
- Răduleţ R., *Bazele electrotehnicii. Probleme, vol. I, II, Edit. Didactică şi Pedagogică,* Bucureşti, 1981.
- Mocanu C. I., *Teoria circuitelor electrice, Edit. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1979.*
- Mocanu C. I., *Teoria câmpului electromagnetic, Edit. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1*981 http://www.carteadecitit.ro/carte/teoria-campului-electromagnetic/138564/
- Marius Preda, Paul Cristea si Fanica Spinei, Bazele electrotehnicii, Editura Didactica si Pedagogica, 1969 http://www.anticariatplus.ro/ro/Electronica/Bazele-electrotehnicii-Vol-I-6683.html
- Ion S. Antoniu, , Bazele electrotehnicii, Editura Didactica si pedagogica 1974

_ http://anticariatultau.ro/bazele-electrotehnicii-vol-ii

- F. M. G. Tomescu, Anca Tomescu Bazele electrotehnicii. Cimp electromagnetic http://www.matrixrom.ro/romanian/editura/domenii/cuprins.php?cuprins=BE40
- AUGUSTIN MORARU, BAZELE ELECTROTEHNICII. TEORIA CAMPULUI ELECTROMAGNETIC Matrixrom http://anticariat.net/carti/43655/BAZELE-ELECTROTEHNICII-TEORIA-CAMPULUI-ELECTROMAGNETIC-AUGUSTIN-MORARU
- http://www.librarie.net/carti/118898/Bazele-electrotehnicii-LUCIA-DUMITRIU
- Gh. Mandru (Cluj) Bazele electrotehnicii http://www.scribd.com/doc/36642484/Bazele-electrotehnicii-Mandru
- A. Adascalitei (Iasi) Electrotehinca http://iota.ee.tuiasi.ro/~aadascal/course1/
- *RATIU GHEORGHE (SIBIU)* BAZELE ELECTROTEHNICII SI MASINI ELECTRICE http://docs.quah.ro/Electronics/electro/
- http://www.scribd.com/doc/41992615/Bazele-Electronicii-Si-Masini-Electrice-I