

# **Modelarea electromagnetică cu elemente finite.**

## **Aspecte fizice, matematice și algoritmice**

Conducator de doctorat Prof. dr. ing. Daniel Ioan - 2012

### **1. Complemente de matematică**

#### 1.1. Algebra liniara

- i. **Spatii vectoriale, transformări și ecuații liniare**
  - 1. Spatii și subspații vectoriale
  - 2. Dependenta liniara, baze, dimensiune. Rangul unei matrice.
  - 3. Cele patru spatii fundamentale ale unei matrice.
  - 4. Transformări liniare
- ii. **Produs scalar. Ortogonalitate**
  - 1. Produs scalar. Proiecții.
  - 2. Aproximarea cu cele mai mici pătrate
  - 3. Baze ortogonale, Matrice ortogonale. Procedeul de ortogonalizare Gram-Schmidt.
- iii. **Vectori și valori proprii. Functii de matrice**
  - 1. Forma diagonală a unei matrice
  - 2. Funcții de matrice – exponențiala matricelor. Soluția sistemului liniar de ecuații diferențiale
  - 3. Matrice complexe (simetrice, hermitice, ortogonale, unitare)
  - 4. Transformări de similitudine
- iv. **Matrice pozitiv definite**
  - 1. Puncte extreme. Verificarea pozitivității
  - 2. Matrice pozitiv definite, semidefinite și indefinite
  - 3. Principiul minimului

#### 1.2. Analiza funcțională (aspecte avansate)

- i. Spatii liniare, operatori liniari, funcționale liniare
- ii. Spatii liniare normate - Banach, completarea
- iii. Spatii Hilbert, ortogonalitate, cea mai bună aproximare
- iv. Adjunctul unui portator liniar și continuu, operatori autoadjunți
- v. Proiectori, baze ortonormate, operatori compacti pe spații Hilbert
- vi. Integrala Lebesgue, spațiile  $L^p$ , teoria măsurii
- vii. Elemente de teoria distribuțiilor
- viii. Transformata Fourier. Spații Sobolev, Teorema urmei, Formulele Green.
- ix. Aplicații în electromagnetism (rezolvarea PDE eliptice: div-grad, rot-rot), Complexul Rham, Descompunerea Helmholtz. Probleme variaționale abstractive, existența și unicitatea soluției (Lax-Milgram).
- x. Fundamentarea matematică a MEF: proiecția Galerkin (EF conforme), triangulată, funcții de formă, baza nodală, elementul de referință și transformarea sa în elementele fizice, eroarea de discretizare. Sevențe exacte de spații de elemente finite conforme. Asamblarea matricei elementelor finite. Eroarea de interpolare.

### **2. Complemente de electromagnetism**

#### 2.1. Marimile el-mg

- 1. Marimile locale ale campului ( $E$ ,  $D$ ,  $B$ ,  $H$ )
- 2. Marimile locale ale corpurilor (densitatea de sarcină/curent, polarizare și magnetizare)

3. Varietati in spatiul 3D (curbe si suprafete inchise/deschise, domenii de volum nenul. Integrale)
4. Marimile globale ale campului (tensiune electrica/magnetica, flux electric/magnetica)
5. Marimile globale ale corpurilor (sarcina electrica, curent, moment electric si magnetic, distributii volumetrice, superficiale, lineice si punctiforme)

## 2.2. Legile teoriei macroscopice a electromagnetismului

1. Legea fluxului electric
2. Legea fluxului magnetic
3. Legea inducției electromagnetice
4. Legea circuitului magnetic
5. Legea legăturii între inductia si intensitatea câmpului electric
6. Legea legăturii între inductia si intensitatea câmpului magnetic
7. Legea conducediei electrice
8. Legea transferului de energie în procesul de conducedie
9. Legea transferului de masa în procesul de conducedie

## 2.3. Teoremele fundamentale ale electromagnetismului

1. Teorema conservarii sarcinii electrice
2. Teorema energiei electromagnetice
3. Teorema impulsului electromagnetic
4. Teoremele fortelelor generalizate
5. Formularea corecta a problemelelor de camp. Teorema unicitatii campului electromagnetic
6. Teorema superpozitiei campurilor electromagnetice
7. Teorema reciprocitatii pentru campurilor electromagnetice
8. Circuite electrice cu parametrii distribuiti. Elementul electromagnetic multipolar. Puterea transferata pe la borne. Teoremele lui Kirchhoff.

2.4. Regimurile campului electromagnetic (la fiecare regim: ipotezele, ecuațiile de ordinul intai - pentru camp, de ordinul doi - pentru potențiale, formularea problemei de analiza a regimului, teoreme de unicitate, forma slabă/variatională a ecuațiilor campului, extragerea parametrilor de circuit, energii și forte) (aspecte avansate)

1. ES
2. MS
3. EC
4. MG
5. EQS (tr, ac)
6. MQS (tr, ac)
7. FW (tr, ac)

## 2.5. Modelarea electromagnetică - descrierea etapelor, exemple (aspecte avansate)

1. Modelarea fizica
2. Modelarea geometrica si temporală
3. Modelarea matematica
4. Modelarea analitica aproximativa
5. Modelarea numerica

## 3. Complemente de metode numerice si de calcul (aspecte avansate)

### 3.1. Rezolvarea sistemelor de ecuatii algebrice liniare

1. Rezolvarea directa a sistemelor liniare
2. Factorizarea matricelor

3. Matrice rare
4. Norme si numarul de conditionare
5. Rezolvarea iterativa a sistemelor liniare
6. Rezolvarea in paralel a sistemelor liniare

### 3.2. Discretizarea ecuatiilor campului electromagnetic cu MEF

1. Principiul metodei elementelor finite (prezentate pentru rezolvarea ecuatiei Laplace scalare 2D cu conditii Dirichlet si Neumann). De la teorie la algoritm. Cazurile ES, EC si MG - medii liniare neomogene 2D (problema Poisson generalizata div-grad).
2. Discretizarea domeniilor 2D si 3D - generarea automata a retelelor structurate si nestructurate. Modelare geometrica - CAD
3. Rezolvarea problemelor 3D de camp vectorial (rot-rot) - elemente de muchie - finite conforme  $H(\text{curl})$ . Complexul Rham - Elemente finite de muchie, de fata si de celula.
4. Elemente finite conforme de ordine inalte. Convergenta  $h$ ,  $p$  si  $hp$  a solutiei ecuatiilor PDE scalare de tip eliptic cu diverse conditii de frontiera. Generarea sistemului de ecuatii algebrice liniare pentru elemente 2D si 3D: tetraedrale, prismatice si hexaedrale.
5. Rezolvarea iterativa - Gradienti conjugati preconditionati. ASM (Metoda Schwartz Adaptiva). Rafinarea adaptiva. Multigrid, multilevel. Rezolvarea iterativa a problemelor rot-rot. Metode robuste in parametrul  $k$ . Descompunerea in subdomenii.
6. Probleme de camp static/stationar in medii neliniare. Rezolvarea numerica folosind MEF. Metoda Newton.
7. Rezolvarea problemelor de camp variabil in timp (a.c. si tr.) folosind MEF.
8. Rezonante si valori proprii ale ecuatiilor Maxwell.

### 3.3. Programe de analiza campului el-mg cu MEF

1. Functiile programului COMSOL (tipuri de probleme si metode de rezolvare). Regimul campului electromagnetic, Ordinul spatiului: 1-3D, Ordinul elementelor. Probleme multifizice cuplate. Probleme stationare, sinusoidale, tranzitorii sau de valori proprii. Medii liniare si neliniare. Parametrizare.
2. Preprocesarea - descirea problemei: geometrie si date fizice (constante de material, surse de camp, conditii de frontiera)
3. Discretizarea domeniului. Importul geometriei CAD.
4. Rezolvarea sistemului: metode si optiuni de rezolvare. Discretizarea adaptiva.
5. Postprocesarea: reprezentari grafice si marimi derivate. Extragerea si reducerea modelelor electromagnetice. Cuplare MATLAB.
6. Exemple de probleme, studii de caz
7. Validarea rezultatelor numerice.

## Bibliografie

1. **Gilbert Strang** – *Linear Algebra and its applications*, US, Thomson learning, 1988
2. **G.W. Stewart**, Introduction to Matrix Computations, Academic Press, 1973.
3. **D. Rusu** Analiza functionala <http://www.math.uaic.ro/~drusu/books/af/index.htm>
4. **Gerald Teschl**, Topics in Real and Functional Analysis, <http://www.mat.univie.ac.at/~gerald/ftp/book-fa/fa.pdf>

5. **S.M. Buckley** Sobolev spaces, a short course  
<http://eprints.nuim.ie/1604/1/BuckleySobolev27.pdf>
6. **Timotin**, Viorica Hortopan, A. Ifrim, M. Preda, "Lecții de Bazele Electrotehnicii", EDP, 1970.
7. **Daniel Ioan**. *Metode pentru calculul campului electromagnetic. Separarea variabilelor*, Institutul Politehnic Bucuresti, Editura IPB, Bucuresti, 1988.
8. **M. Preda, P. Cristea**, "Bazele electrotehnicii", vol. I și vol. II. Circuite electrice, EDP, 1980.
9. **C .I. Mocanu**, "Teoria campului electromagnetic", EDP, 1981
10. **R. Răduleț**, *Bazele Electrotehnicii - Probleme I*, EDP, București, 1975.
11. **D. Ioan**. *Modelarea Dsipozitiveleor Electromagnetice*:  
<http://www.lmn.pub.ro/~daniel/cursmde.pdf>
12. **Hermann A. Haus and James R. Melcher**, *Electromagnetic Fields and Energy* (Prentice-Hall, 1989) **ISBN 0-13-249020-X**  
<http://ocw.unam.na/OcwWeb/Electrical-Engineering-and-Computer-Science/6-641Spring-2005/Readings/index.htm#textbooks>

#### **Carti de referinta pentru Electromagnetism la nivel de licenta:**

13. **Dugdale**, Essentials of Electromagnetism (1993) - porneste de la legi (Maxwell)  
<http://www.amazon.com/Essentials-Electromagnetism-MacMillan-Physical-Science/dp/1563962535>
14. **D. J. Griffiths**, Introduction to Electrodynamics, 3rd Ed (1999) - mai avansata, porneste istoric  
<http://www.amazon.com/Introduction-Electrodynamics-Edition-David-Griffiths/dp/013805326X>
15. Matthew N. O. **Sadiku**, Elements of Electromagnetics

#### **Carti de referinta pentru Electromagnetism la nivel de master/doctorat:**

16. **J D Jackson**, Classical Electrodynamics - traducere: Electrodinamica clasica (ET 1991)  
<http://www.amazon.com/Classical-Electrodynamics-Third-Edition-Jackson/dp/047130932X#>
17. **K. Simony**, Electrotehnica teoretica, traducere in Editura Tehnica, 1974
18. **Smythe**, Static and Dynamic Electricity  
<http://www.amazon.com/Static-Dynamic-Electricity-William-Smythe/dp/0891169172>
19. **Stratton**, Electromagnetic theory  
<http://www.amazon.com/Electromagnetic-Theory-Stratton-Julius-Adams/dp/1406765473>
20. **Harrington** Time-harmonic electromagnetic fields
21. **Van Bladel**, Electromagnetic fields

#### **Metode numerice pentru calcul campului:**

22. **O.C. Zienkiewicz**, The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, New York, 1971
23. **O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, Robert Leroy Taylor** , The finite element method: its basis and fundamentals - 2005
24. **P.P. Sylvester, R.L. Ferrari**, Finite Elements for Electrical Engineers, CUP 1996
25. **Alain Bossavit** Computational Electromagnetism: Variational Formulations, Complementarity Edge elements, AP 1998
26. **Stanley Humphries** Finite-element Methods for Electromagnetics, CRC Press, 1997  
<http://www.fieldp.com/femethods.html>
27. **Jiamming Jin**, The Finite Element Method in Electromagnetics, 2nd Edition, 2002, Wiley-IEEE Press
28. **K. J. Binns, P. J. Lawrenson, C. W. Trowbridge**, The Analytical and Numerical Solution of Electric and Magnetic Fields Wiley, 1994

29. **PIER 32** - Progress in Electromagnetic Research, **PIER** vol 32 online, 2001 -  
<http://www.jpier.org/PIER/pier.php?volume=32>
30. **Sabine Zaglmayr** High Order Finite Element Methods for Electromagnetic Field Computation, Thesis - Linz Univ, 2006  
<http://www.numerik.math.tugraz.at/~zaglmayr/pub/szthesis.pdf>
31. **P. Monk.** Finite Element Methods for Maxwell's Equations. Numerical Mathematics and Scientific Computation. The Clarendon Press Oxford University Press, New York, 2003.
32. **R. Hiptmair.** Finite elements in computational electromagnetism. Acta Numerica, pages 237–339, 2002.
33. **Leszek Demkowicz**, Computing With Hp-adaptive Finite Elements: One and two dimensional elliptic and Maxwell problems, Chapman & Hall/CRC, 2006
34. **Gabriel CHEREGI, Florea HANTILA, Lucian OCHEANA, Mircea ARION and Gabriel BARBU**, Qualitative aspects of the quasistationary electromagnetic field, <http://...>
35. **Matthias K. Gobbert and Shming Yang**, Numerical Demonstration of Finite Element Convergence for Lagrange Elements in COMSOL Multiphysics, COMSOL Conf. 2008

#### **Metode numerice, algoritmi stiintifici si programare:**

36. **Jack Dongarra** and Francis Sullivan, The Top Ten Algorithms of the Century  
[http://orion.math.iastate.edu/burkardt/misc/algorithms\\_dongarra.html](http://orion.math.iastate.edu/burkardt/misc/algorithms_dongarra.html)  
<http://www.uta.edu/faculty/rcli/TopTen/topten.pdf>
37. **Y. Saad**, Iterative methods for sparse linear systems (2nd ed.). SIAM, Philadelphia, 2003.
38. **H. van der Vorst**. Iterative Krylov Methods for Large Linear Systems. Cambridge University Press, 2003.
39. **Z. Bai, J. Demmel, J. Dongarra, A. Ruhe, and H. van der Vorst**, editors. Templates for the Solution of Algebraic Eigenvalue Problems: A Practical Guide. SIAM, Philadelphia, 2000. online available: <http://www.cs.utk.edu/dongarra/etemplates/index.html>.
40. **T. Davis**, Direct Methods for Sparse Linear Systems. SIAM, Philadelphia, 2006
41. **William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling and Brian P. Flannery**. *Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing, 2nd Edition*, 1992
42. **B.F. Smith, P.E. Bjørstad, and W.D. Gropp**. Domain decomposition: Parallel multilevel algorithms for elliptic partial differential equations. Cambridge University Press, 1996.
43. **G. H. Golub and C. F. Van Loan**, Matrix Computation, 3rd Edition, The John Hopkins University Press, 1996.
44. **Pascal Getreuer**, Writing Fast MATLAB Code. 11 Aug 2004 (Updated 10 Feb 2009).
45. **D. Ioan, I. Munteanu**. *Metode numerice*: <http://www.lmn.pub.ro/~daniel/cursmn.pdf>
46. **Ioan Daniel**, §.a. – Metode numerice în ingineria electrică, Editura Matrix-Rom, Bucureşti, 1998
47. **Irina Munteanu, Gabriela Ciuprina, F.M.G. Tomescu** - "Modelarea numerica a campului electromagnetic prin programe **Scilab**", Editura Printech, Bucuresti 2000  
[www.lmn.pub.ro/~gabriela/studenti/an4/carte\\_MNCE.pdf](http://www.lmn.pub.ro/~gabriela/studenti/an4/carte_MNCE.pdf)
48. **M. Rebican, G. Ciuprina, D. Ioan**, <http://www.scribd.com/doc/72089754/Metode-numerice>
49. **COMSOL** - Manuale de utilizare :

#### **COMSOL Multiphysics**

- Quick Start and Quick Reference [ [HTML](#) | [PDF](#) ]
- User's Guide [ [HTML](#) | [PDF](#) ]
- Modeling Guide [ [HTML](#) | [PDF](#) ]
- Model Library [ [HTML](#) | [PDF](#) ]
- MATLAB Interface Guide [ [HTML](#) | [PDF](#) ]
- Reference Guide [ [HTML](#) | [PDF](#) ]

#### **AC/DC Module**

- User's Guide [ [HTML](#) | [PDF](#) ]
- Model Library [ [HTML](#) | [PDF](#) ]
- Reference Guide [ [HTML](#) | [PDF](#) ]

#### **RF Module**

- User's Guide [ [HTML](#) | [PDF](#) ]
- Model Library [ [HTML](#) | [PDF](#) ]
- Reference Guide

#### **Pagini web:**

[http://en.wikipedia.org/wiki/Vector\\_space](http://en.wikipedia.org/wiki/Vector_space)  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Functional\\_analysis](http://en.wikipedia.org/wiki/Functional_analysis)  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Spectral\\_theory](http://en.wikipedia.org/wiki/Spectral_theory)  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Distribution\\_\(mathematics\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Distribution_(mathematics))  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Sobolev\\_space](http://en.wikipedia.org/wiki/Sobolev_space)  
[http://www.math.uh.edu/~rohop/spring\\_05/downloads/Chapter2.pdf](http://www.math.uh.edu/~rohop/spring_05/downloads/Chapter2.pdf)  
[http://www.iadm.uni-stuttgart.de/LstAnaMPhy/Weidl/fa-ws04/Suslina\\_Sobolevraeume.pdf](http://www.iadm.uni-stuttgart.de/LstAnaMPhy/Weidl/fa-ws04/Suslina_Sobolevraeume.pdf)  
<http://www.nasc.snu.ac.kr/sheen/fem/html/>  
<http://www.hpfem.jku.at/>  
<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/pamm.201110004/pdf>  
[http://web.mit.edu/mor/about\\_mor.html](http://web.mit.edu/mor/about_mor.html)  
<http://www.rle.mit.edu/cpg/>  
<http://www.mcs.anl.gov/petsc/>  
[http://homepage.usask.ca/~ijm451/finite/fe\\_resources/](http://homepage.usask.ca/~ijm451/finite/fe_resources/)  
<http://www.boundaryelements.com/index.php>  
<http://www.energy.sintef.no/Produkt/VECTFIT/>  
<http://www.nr.com/>  
<http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/umfpack/>  
<http://www.netlib.org/>  
<http://www.dealii.org/>  
<http://www.hlib.org/>  
<http://www.cgal.org/>  
<http://www.sam.math.ethz.ch/~hiptmair/Homepage/abstract.html>  
<http://www.mathworks.com/>  
<http://www.mathworks.com/matlabcentral/>  
[http://www.sal.ufl.edu/NewComers/matlab\\_optimization\\_2.pdf](http://www.sal.ufl.edu/NewComers/matlab_optimization_2.pdf)  
<http://bwrc.eecs.berkeley.edu/classes/icbook/spice/>  
<http://www.linear.com/designtools/software/>

<http://www.comsol.com/>  
<http://www.ansys.com/>  
<http://www.cst.com/>  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Mesh\\_generation](http://en.wikipedia.org/wiki/Mesh_generation)  
[http://view.eecs.berkeley.edu/wiki/Structured\\_Grids](http://view.eecs.berkeley.edu/wiki/Structured_Grids)  
<http://www.cs.berkeley.edu/~jrs/mesh/>  
<http://math.mit.edu/~persson/mesh/>  
<http://www-users.informatik.rwth-aachen.de/~roberts/meshgeneration.html>  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Finite\\_element\\_method](http://en.wikipedia.org/wiki/Finite_element_method)  
<http://www.comsol.com/>